26083

Digitized by the Internet Archive
in 2011 with funding from
Research Library, The Getty Research Institute

http://www.archive.org/details/teoricopracticod00zano

TRATTATO

TEORICO-PRATICO

DI

PROSPETTIVA

Di EUSTACHIO ZANOTTI *Professore d' Astronomia in Bologna, dell' Accademia dello Instituto delle Scienze, ed associato alle Regie Accademie di Londra, e di Berlino.*

IN BOLOGNA

Nella Stamperia di Lelio dalla Volpe Impressore dell' Instituto delle Scienze. 1766.

CON LICENZA DE' SUPERIORI.

AVVISO AL LETTORE.

Se poteſſi luſingarmi di avere compiutamente eſeguito tutto ciò, che mi era propoſto allorquando preſi a ſcrivere queſto trattato di Proſpettiva, e foſſi perſuaſo di recare al Pubblico quel vantaggio, che è ſtato l' unico motivo, che mi ha indotto a ſcrivere, niun biſogno vi ſarebbe ora di premettere alcuno avviſo al Lettore; ma perche ſpeſſo addiviene, che l' opera non corriſponda alla intenzione dell' autore, e che poco altrui ſi giovi, credendo di giovar molto, voglio ora manifeſtare qual foſſe la mia idea, e quale il metodo, che aveva in animo di ſeguire, il quale per lo meno potrebbe meritare l' altrui approvazione, ſe non merita lode la eſecuzione. Queſta ſcienza della Proſpettiva egualmente che la Geometria, la Meccanica, e la più parte di quelle facoltà, che comprende la Matematica, ſi divide in teorica, e pratica. Quei che profeſſano l' una non ſogliono gran fatto curar l' altra, e pochiſſimi ſono ſtati quelli, che d' entrambe poſſano riguardarſi come maeſtri. Avrei voluto ſcrivendo ſoddisfare in qualche modo al genio inſieme de' teorici, e de' pratici; e con queſta intenzione ho preſo a comporre il trattato, che ora faccio pubblico colle ſtampe. Mi ſono poi accorto nel por' mano

all' opera, ch' egli era ſommamente difficile riuſcire, come convenivaſi, in queſta intrapreſa; poichè ſe al genio di quelli ſi riguarda, che profeſſano l' arte della pittura, per cui ſi veggono ſpeſſo obbligati di ricorrere alle regole della Proſpettiva, ſono eſſi cotanto alieni dalle dimoſtrazioni, e dai diſcorſi geometrici, che ſembra loro tempo perduto il tenervi dietro, e vogliono apparare ſollecitamente le regole ſenza aſcoltare la ragione, perchè così ſi faccia, ne mai chieggono, che prova alcuna ſi dia loro della eſattezza di quelle coſtruzioni, che s' adoprano per formare i diſegni. Per lo contrario chiunque ſolo ſi paſce delle aſtratte contemplazioni della matematica facilmente ſi ſdegna ſe troppo minutamente vien deſcritto il modo di coſtruire una figura, e molto più ancora ſi ſdegnerebbe ſe ad un metodo geometrico foſſe preferito un metodo, che in tutto rigore non foſſe tale, quand' anche ciò ſi faceſſe per comodo del Proſpettivo, a cui può baſtare una eſattezza non tanto ſcrupoloſa. Io certamente ſcrivendo non mi ſarei indotto mai, per incontrare il genio de' pittori a tralaſciare le dimoſtrazioni, le quali ſole ponno appagare il noſtro intelletto, e ne meno avrei ſaputo per piacere ad eſſi far le parti di un profeſſore del diſegno tenendo dietro a tutti que' precetti, e a quelle ſole regole pratiche, che ſogliono additarſi nelle ſcuole, e che hanno avvezzato i giovani a ſtudiare ſenza l' ajuto della Geometria. Ho bensì procurato di rendere fa-

ci-

cili quanto per me ſi potea, le dimoſtrazioni, e mi ſono aſtenuto da que' calcoli, i quali quanto più rendono generali i teoremi, altrettanto pare ſi ſcoſtino dall' uſo, e dalla intelligenza di chi non ſia pienamente verſato negli ſtudj di matematica. Queſte ſono le avvertenze che ho avuto; e pure anzi che luſingarmi di avere ſcritto conforme le diverſe pretenſioni del teorico, e del pratico debbo grandemente temere non la brama di ſoddisfare alle premure di ciaſcuno di loro mi faccia incontrare sì dell' uno come dell' altro la indignazione. Io prego i matematici a ſoffrire con pazienza, ſe alcuna volta ſarò alquanto minuto, e proliſſo nel dire più di quello, che converrebbeſi avendo a fare con ingegni per lungo uſo eſercitati nella geometria; e prego altresì i profeſſori del diſegno a non rimanere diſguſtati ſe vedranno il libro ſparſo di dimoſtrazioni, le quali ſe mai foſſero ſuperiori all' intendimento loro, potranno eſſi correggere queſto difetto coll' appigliarſi alle ſole regole, ed alle coſtruzioni, che vi s' inſegnano, e coll' omettere qualunque diſcorſo o raziocinio, che ritardi lo ſtudio di cui ſono premuroſi. Per raccomandare queſto mio libro non voglio vantarmi di avere ſcoperti nuovi teoremi, e nuove regole. Di ciò che ſia ſi accorgeranno quelli, che avranno traſcorſi i trattati di Proſpettiva fin ora uſciti alle ſtampe. Debbo bensì chiedere perdono ſe non cito alcuno autore nello eſporre i teoremi, la quale omiſſione però non voglio, che

mi

mi ſia aſcritta a colpa; imperocchè trattandoſi delle coſe elementari, che ſi leggono preſſo tutti gli ſcrittori di Proſpettiva, non è così facile ſapere a cui debbaſi il merito della invenzione. Nel rimanente poi ho ſcritto ſecondo che mi ha ſuggerito l' ordine ſteſſo, che da principio mi era propoſto; e di buona voglia cedo la gloria a quelli, che prima di me aveſſero eſpoſti i medeſimi teoremi. Ho ſcritto non per acquiſtar fama con un opera, la quale non oltrepaſſa le cognizioni elementari della geometria, ma per occuparmi in uno ſtudio di mio piacere colla luſinga di potere in qualche modo recare altrui vantaggio.

SE-

SEZIONE I.

Che contiene le definizioni.

1 QUella ſcienza, che conſidera i corpi non come ſono in ſe ſteſſi, ma come appariſcono agli occhi noſtri ſecondo le diverſe loro poſiture, e diſtanze, e che inſegna di riferire queſte apparenze ad una ſuperficie, diceſi *Proſpettiva*. Egli parrebbe, che dovendoſi trattare di queſte apparenze, foſſe neceſſario ſpiegare ſul bel principio in qual modo ſi formi in noi la viſione; ma perchè ciò ne condurrebbe troppo in lungo, e il trattare queſta materia è coſa, che appartiene a quella parte di matematica, che diceſi Ottica, ci contenteremo per ora di alcune ſuppoſizioni. Pertanto noi ſupporremo un punto nell' occhio, in cui ſi ecciti la ſenſazione della viſta: poco importando lo ſtabilirne il luogo preciſo; perchè o ſi prenda nel centro della pupilla, o più addentro dell' occhio, ſerviranno nello ſteſſo modo i teoremi, che ſiamo per iſpiegare. Supporremo in oltre, che i raggi di luce provenienti dai corpi ſi propaghino per retta linea di maniera tale, che un raggio, che parte da un punto dell' oggetto, e s' incontra nell' occhio, ſcorra quella linea, che congiunge l' uno, e l' altro, e che moſtra la direzione ſecondo cui l' occhio vede il detto punto. Conſiderandoſi le coſe a queſto modo, ecco che a noi ſi preſentano diverſe piramidi di raggi luminoſi, ciaſcuna delle quali ha per baſe la ſuperficie anteriore del corpo, che ſi riguarda, e per vertice il centro della pupilla, a cui ſupporremo concorrere i raggi, che fanno vedere la ſuperficie. Ora ſe immagineremo un pia-

no condotto tra l' occhio, e l' oggetto, che tagli ciascuna piramide, comprenderemo ancora formarsi diverse sezioni, per cui resteranno impresse nel piano altrettante figure, ciascuna delle quali dicesi *prospettiva di quella superficie*, che è base della piramide. Così qualunque punto nel piano, per cui passa un raggio, dicesi *prospettiva di quel punto dell' oggetto*, da cui parte il raggio.

2 Ciò premesso, facilmente si dimostra, che la prospettiva di una linea retta non può a meno di non essere una retta linea; imperocchè se in vece di una superficie sostituiremo per base della piramide una linea retta, diviene la piramide un semplice triangolo, il quale essendo tagliato da un piano, è forza, che la sezione sia una retta linea. Non potrà dirsi lo stesso di una linea curva, che si prenda per base, la cui prospettiva può divenire una retta, o una curva di differente natura. Lascieremo ai geometri le sottili ricerche sopra queste trasformazioni delle curve, e giacchè poco con questo studio si gioverebbe alla pratica, faremo conto, che esso appartenga piuttosto a un trattato di geometria, che a un compendio di prospettiva; e sol tanto ne diremo in una sezione a parte, quanto crederemo, che basti per uso dei pratici, e per far comprendere a quali vicende sieno soggette le curve per cagione della prospettiva.

3 Dalla sola definizione della prospettiva si comprende chiaramente quale sia il debito principale dei pittori nelle operazioni, che fanno; imperocchè se studiano di rappresentare sulle tele certi oggetti, debbono far conto, che la tela sia il piano, che taglia tutte le piramidi, che hanno per base gli oggetti da rappresentarsi, e per vertice la pupilla di un occhio situato

in

in un determinato luogo. Che ſe il diſegno non corriſpondeſſe eſattamente agli oggetti come ſezione delle dette piramidi, non potrebbe mai dirſi, che rappreſentaſſe quegli oggetti, i quali ſi vedrebbono dal medeſimo luogo ſotto angoli differenti, e con proporzioni diverſe da quelle, che nel diſegno appariſcono. Non baſta poi, che il diſegno ſia ſtato puntualmente eſeguito, ma per riconoſcere la corriſpondenza, che ha cogli oggetti, biſogna che l' occhio di chi lo riguarda, ſtia fermo nel punto, che fu preſo per vertice delle piramidi, perchè cangiando luogo, difficile coſa ſarebbe immaginare altri oggetti, i quali corriſpondeſſero alle ſezioni diſegnate ſulla parte ſenza incorrere in qualche inconvenienza, come a ſuo luogo dimoſtreremo. Oltre il diſegno, il quale nè può eſſere giuſto, ſenza eſſere conforme alle regole di proſpettiva, nè comparir tale, ſenza che l' occhio ſia debitamente ſituato, ſtudiano i pittori di colorire le loro tele, nel che le regole di proſpettiva non ponno eſſere di alcun ſoccorſo. Certa coſa è, che ſe foſſero tali i diſegni, quali richiedono le ſezioni delle piramidi ſopraddette, e ſe foſſero in oltre colorite le tele di maniera, che i raggi di luce rifleſſi ſopra di eſſe giugneſſero all' occhio colla ſteſſa forza, e colla ſteſſa modificazione di colore, che ſeco portano i raggi provenienti dagli oggetti, la pittura ſarebbe eſeguita con tal perfezione, che niente mancherebbe a far sì, che chi la riguarda reſtaſſe ingannato, credendo di vedere gli oggetti ſteſſi. Per ciò, che riguarda ſemplicemente il diſegno, ſe ne ponno dare regole certe, e di queſte noi parleremo, ſpiegando alcuni teoremi, che ſono il fondamento della proſpettiva; ma per quello, che riguarda i colori, e che dai pittori diceſi *proſpettiva aerea*, ove l'altra diceſi

proſpettiva lineare, non eſſendovi regole preciſe, ſarebbe inutile l' intraprendere a trattare di una materia, di cui ſola può eſſere maeſtra una lunga pratica, ed una diligente oſſervazione.

4 Spiegheremo ora alcuni termini, che comprendono le principali definizioni. Sia un piano orizzontale M S (*Fig.* 1.), che riguarderemo come un ſuolo, ſopra cui ſieno collocati gli oggetti, dei quali ſi vuole fare la proſpettiva, e che chiameremo ſecondo l'uſo comune, *piano geometrico*. Sia un occhio ſituato nel punto O ſuperiore al detto piano, e ſia condotta la perpendicolare O S. Il punto O diceſi *punto di veduta*, O S *altezza dell' occhio*, ed S *punto della ſtazione*. Immaginiamo un piano Q X, ſopra cui s' abbiano a rappreſentare gli oggetti, che l' occhio vede di là dal piano, il quale ſuol ſempre prenderſi a perpendicolo ſul piano geometrico. Il piano Q X diceſi *piano della proſpettiva*, oppure *tavoletta*, o *parete*. La comune ſezione Q L di queſto piano col piano geometrico ſi chiama *linea della terra*, o *linea fondamentale*, o *linea del piano*. Dall' occhio O s' intenda condotta una perpendicolare O F ſopra il piano della proſpettiva. Il punto F così determinato vien detto *punto principale*, e la linea O F, *raggio principale*. Per F ſi conduca una linea F D paralella alla Q L, e ſi avrà quella linea, che chiamaſi *linea orizzontale*. Qualunque punto N, che s'abbia a rappreſentare ſulla parete diceſi *punto obbiettivo*; e ſe dal punto N ſi condurrà una linea N M perpendicolare al piano geometrico, il punto M, ove eſſa linea incontra il piano, diceſi *piano*, o *icnografia* del punto N, e la linea N M *altezza*, o *ortografia* del medeſimo punto N. Conducendoſi da qualunque punto d' icnografia come M la perpendicolare M L alla linea del piano, ſi avrà

la

la distanza di M dalla parete, e il punto L, che chiamasi *punto d' incidenza*. S' intenderà facilmente qual sia per essere la *pianta di una linea* superiore al piano geometrico, e inclinata in qual si voglia maniera; imperocchè condotte le perpendicolari da qualunque punto della linea obbiettiva sul piano geometrico, i punti, che verranno segnati in esso piano, formeranno una linea, che sarà pianta di quella. Nello stesso modo si avrà la *pianta di una superficie*, bastando per questa segnare la pianta di ciascuna linea, che ne compone il perimetro; e in fine per avere la *pianta di un solido*, basterà segnare sul piano geometrico la pianta di ciascuna superficie, che chiude il solido. Nella proposta figura, in cui si è fatta N M retta al piano geometrico, sarà un solo punto la pianta di tutta la linea; e se per l' occhio O s' intenderanno condotte le linee O N, O M, che passino per la parete ne' punti X, Z, sarà, conforme a quello si è detto da principio, X la projezione, o prospettiva del punto N, e Z del punto M, e la linea X Z, prospettiva della N M.

5 Un' altra maniera di eseguire la prospettiva, che però è meno praticata della già detta, sarebbe quella di supporre l' oggetto tra l' occhio, e la parete, prolungando le linee visuali oltre l' oggetto. Ci somministrano esempi di questa prospettiva le ombre, che gettano i corpi sopra un piano. Immaginiamo un corpo frapposto tra un muro e un lume, che ora riguardo come un punto. E' certo, che l' ombra del corpo, o il contorno di essa altro non è, che la sezione, che fa il muro della piramide ombrosa, la quale ha per vertice il lume, e per base la superficie del corpo. Se in luogo del lume vi si ponesse un' occhio, essendo rimosso il corpo, e restando sul muro disegnato il contorno

dell'

dell' ombra, l' occhio il vedrebbe ſotto i medeſimi angoli, ſotto cui avrebbe veduto il corpo. Intorno a queſta proſpettiva ſi ponno fare tutte quelle rifleſſioni, che abbiamo fatto intorno all' altra, e avvertire, che ſe la figura proſpettiva dopo di eſſere diſegnata a dovere foſſe colorita in modo, che i raggi provenienti dalla parete giugneſſero all' occhio colla ſteſſa forza, e colla ſteſſa modificazione di colore, con cui vi giungono quelli, che partono dall' oggetto, chiunque riguardaſſe la proſpettiva crederebbe di vedere l' oggetto ſteſſo, e di vederlo collocato di qua dalla parete. Non vi ſarà maggiore difficoltà per eſeguire piuttoſto l' una, che l' altra di queſte proſpettive lineari, poichè gli ſteſſi metodi ſerviranno, ſolo che ſi cangi l' ordine d' alcune proporzioni. Sembra bensì più difficile ad eſeguirſi la proſpettiva aerea, quando ſi vuole far comparire l' oggetto tra l' occhio, e la parete; imperocchè ſminuendoſi la forza, o la energia dei raggi luminoſi nello ſcoſtarſi, che fanno dal corpo, che li tramanda, que' colori artificiali, che adoperano i pittori, e che ſono ordinariamente più deboli dei colori naturali, faranno bensì comparire l' oggetto, che rappreſentano, come ſe foſſe più lontano dalla parete, ma nol faranno comparir più vicino, mentre per ottenere queſta apparenza converrebbe talmente accreſcere forza alle tinte, che ſuperaſſe quella de' colori naturali.

6 Sogliono i matematici dividere la proſpettiva in due parti; l' una, che riguarda unicamente la icnografia, e l' altra l' ortografia. Que' metodi, che inſegnano di trasferire ſulla parete le piante, cioè i punti, e le linee ſegnate ſul piano geometrico, diconſi appartenere alla icnografia; e i metodi, che ſervono a de-

a deſcrivere i punti, e le linee ſuperiori al piano geometrico, alla ortografia, che da alcuni chiamaſi ancora *ſcenografia*. Tratteremo in primo luogo della icnografia, e poi della ortografia, ſenza però obbligarci in tutto il trattato ad oſſervare rigoroſamente queſta diviſione.

SEZIONE II.

Della Icnografia.

1 Sia (*Fig.* 1.) il piano geometrico MS, l'occhio in O, la parete QX, e abbiaſi un punto M ſul piano geometrico, per cui condotta una linea all'occhio O, ſia OM la direzione, ſecondo cui detto punto M è veduto dall'occhio; onde in Z, ove la linea MO paſſa per la parete, ſi ha la proſpettiva del punto M. Intendaſi condotta dall'occhio ſulla parete la perpendicolare OF, che determini il punto principale F. Dal punto obbiettivo M ſi tiri ſul piano geometrico la linea ML perpendicolare alla linea del piano, per avere il punto L d'incidenza. Si congiungano L, e F colla linea LF giacente ſul piano della parete. Dico, che queſta linea paſſa per Z, e che il punto Z divide la FL in due parti FZ, ZL, che hanno la proporzione delle due diſtanze dell'occhio, e del punto M dalla parete. Per perſuaderſi di ciò, baſta riflettere eſſere l'una e l'altra linea FO, ML perpendicolare allo ſteſſo piano QX, e per conſeguenza tra loro parallele. Per la qual coſa eſſendo le due FL, MO nel piano di queſte parallele, dovranno ſcambievolmente interſecarſi, e giacchè FL giace ſul piano di proſpettiva, ed MO incontra il detto piano in un ſol punto Z, non potrà a meno la FL di non paſſare per Z, ove la linea MO traverſa il piano. Stando le coſe nella maniera ſpiegata, è manifeſto eſſere ſimili i due triangoli FZO, MZL per cagione delle parallele FO, ML, dal che ſi avrà la ſeguente analogia FO : ML :: FZ : ZL. Pertanto ſtabilire-

mo

mo, che per trovare la proſpettiva di un punto M baſta condurre da eſſo la perpendicolare alla linea fondamentale, indi ſegnare ſulla parete la linea F L condotta dal punto principale F al punto L d'incidenza, e in fine dividere la F L in ragione di F O ad M L, cioè in ragione della diſtanza dell'occhio dalla parete alla diſtanza del punto obbiettivo dalla medeſima. Il punto trovato con queſta diviſione darà il punto cercato della proſpettiva.

2 Per rendere comoda l'operazione diſporremo il piano geometrico, e il piano di proſpettiva nel ſeguente modo. La linea L Q (*Fig.* 2.) rappreſenti la linea fondamentale, la quale dividendo in due parti il piano, ſu cui è ſegnata, s'intenda la parte inferiore appartenere al piano geometrico, ove ſi deſcrivono le piante, e la parte ſuperiore appartenere al piano di proſpettiva. Tale diverrà la riſpettiva poſizione di queſti piani, ſe faremo conto, che la parete ſi aggiri (*Fig.* 1.) intorno alla linea L Q verſo S fino a che giunga a giacere ſul piano geometrico, e allora eſſendo que' due piani divenuti un ſol piano, la linea L Q ſarà in un certo modo il termine di ciaſcheduno. Non oſtante queſta differente poſizione ſi deve ritenere lo ſteſſo punto principale F, e la ſteſſa linea orizzontale F D, come richiede la ſuppoſta ſituazione dell'occhio. Sia dunque (*Fig.* 2.) il punto principale F, a cui corriſponde perpendicolarmente l'occhio, che intenderemo collocato di là della carta, la quale ſuperiormente ad L Q rappreſenta il piano di proſpettiva. Sulla linea orizzontale ſi prenda da qual parte ſi vuole del punto F una linea F D eguale alla diſtanza dell'occhio dalla parete, il qual punto D vien perciò detto *punto della diſtanza*. Sia dato nel piano geometrico un punto M,

di cui ſi cerca la proſpettiva. Da M tiriſi la perpendicolare M L alla linea fondamentale, e fatto centro in L deſcrivaſi col raggio M L il quarto di cerchio M Q, di modo che il punto Q cada riſpetto al punto L dalla parte oppoſta a quella, in cui fu preſo il punto D riſpetto al punto F, e ſi avrà L Q eguale ad M L; indi ſi congiungano i due punti F, L, e i due punti D, Q. Ove queſte linee ſi tagliano in Z, ivi ſi avrà il punto cercato. In fatti eſſendo ſimili i due triangoli F Z D, L Z Q per cagione delle parallele D F, L Q ſaranno proporzionali i lati D F : L Q : : F Z : Z L; ma D F è eguale alla diſtanza dell' occhio dalla parete, e L Q è eguale ad L M, cioè alla diſtanza del punto obbiettivo dalla linea del piano, o ſia dalla parete; dunque la linea F L ſarà diviſa da D Q nella ragione delle dette due diſtanze, la qual linea F L non è altro che la linea condotta dal punto principale al punto d' incidenza, e però il punto Z per quello, che ſi è detto all'articolo precedente, ſarà il punto di proſpettiva del punto obbiettivo M. Facciaſi la ſteſſa coſtruzione per qualunque altro punto eſtremo delle linee, che chiudono la pianta propoſta, e ſe ne avrà la proſpettiva come dimoſtra la preſente Figura.

3 Combinandoſi le coſe, che abbiamo dette ſopra le due figure 1, 2 ſi ſcorgerà qualche differenza per conto della eſecuzione, la qual differenza io chiamerò più toſto fiſica, che geometrica. Queſta conſiſte in ciò, che il diſegno fatto a norma della figura 1 s' intende da quella parte della parete, che riguarda l' occhio; ma nella figura 2 ſi fa il diſegno dalla parte della parete, che è oppoſta all' occhio, perchè, come abbiamo detto nell' articolo precedente, ſi deve ſupporre l' occhio di là dalla carta. Potrebbe naſcere uno ſcrupu-

lo

lo a chi disegna di prospettiva, che il disegno eseguito secondo la regola prescritta fosse fatto per essere veduto da un occhio situato non già dinanzi, ma di dietro alla parete; pure se rifletterà, che il disegno o vedasi da una parte, o dall' altra, come se la parete fosse diafana, apparirà sempre lo stesso, purchè l' occhio abbia la data distanza, e stia a perpendicolo sopra il punto principale, rigetterà ogni scrupulo come vano. La sola differenza, che trovasi per queste due situazioni dell' occhio, si riduce a questo, che lo spettatore in una situazione vede dalla parte destra ciò, che nell' altra situazione vedrebbe a sinistra, e al contrario; ma tal differenza non cagiona alcun pregiudicio. Quando mai accadesse in pratica, che si avesse a tener conto di questa apparenza, dovrà il prospettivo prima di fare l' operazione rovesciare le piante, perchè allora il disegno mostrerà gli oggetti disposti a destra, e a sinistra conforme a quello, che sono realmente, o che sono immaginati dal prospettivo. Quì pure giova il riflettere, che che ne sia della differenza, di cui abbiamo parlato, che gli oggetti più vicini alla parete, e parlandosi di piante, le linee più vicine a quella del piano sono sempre le più vicine all' occhio, onde s' intenderà senza fatica quale sia la parte anteriore, e quale la posteriore di un oggetto rispetto al punto, ove l' occhio è collocato.

4 Facendosi considerazione sopra il metodo spiegato di trovare il punto di prospettiva di un dato punto obbiettivo, se ne raccolgono diverse conseguenze utili alla pratica. E primieramente se oltre il punto M si volesse disegnare in prospettiva qualunque altro punto della linea M L perpendicolare alla linea del piano, egli è chiaro, che il punto d' incidenza cadendo sem-

pre nello ſteſſo punto L, ſervirebbe per la coſtruzione di ogni punto la ſteſſa linea F L. Bensì cangierebbe luogo il punto Q per le diverſe diſtanze dei punti obbiettivi dalla linea del piano. Giacchè dunque la ſteſſa linea F L verrebbe interſecata dalle D Q ora in un punto, ora in un altro, tutti i punti di proſpettiva cadrebbero nella ſteſſa linea F L, onde la linea deſcritta ſi rivolgerebbe al punto principale. Con un ſimile diſcorſo dimoſtreremo, che qualunque altra linea obbiettiva perpendicolare alla linea del piano, poſta che ſia in proſpettiva, prenderà tal direzione, che paſſi pel punto F; e conchiuderemo, che le linee parallele fra loro, e perpendicolari alla linea del piano ſi fanno tutte convergenti al punto principale. Veggaſi la figura 3., ove ſi rappreſenta un pavimento diviſo in tanti quadrati, di modo che le linee, che fanno le diviſioni eſſendo alcune parallele alla linea del piano, ſono le altre ad eſſa perpendicolari. La proſpettiva eſeguita ſecondo il metodo ſpiegato fa vedere la convergenza delle linee al punto principale F.

5 Supponendo ora, che una linea obbiettiva M m (*Fig.* 4.) ſia inclinata ad angolo di gradi 45 colla linea del piano, dimoſtro, che la linea proſpettiva verrà deſcritta con direzione al punto della diſtanza. Prolungata la linea M m fino a che tagli la linea del piano in Q, e condotte dai punti M, m le perpendicolari M L, m l, ſe fatto centro in L ſi deſcriverà un quarto di cerchio col raggio M L, la linea del piano reſterà ſegata nel punto Q per eſſere L Q eguale ad M L; e lo ſteſſo ſuccederà, ſe fatto centro in l ſi deſcriverà un quarto di cerchio col raggio l m per eſſere l Q eguale ad l m. Per la qual coſa ſervirà la ſteſſa linea D Q per la proſpettiva di tutti i punti della M m, e ſolo cangie-

gierà di posizione la linea condotta dal punto principale ai punti d'incidenza come F L, o F l, le quali intersecando la stessa D Q ora in un punto, ora in un altro, faranno sì che tutti i punti della linea prospettiva, che si cerca, giacciano nella D Q, che è diretta al punto della distanza. Lo stesso discorso si applicherà a qualunque altra linea parallela alla M m, cioè a qualunque altra linea inclinata ad angolo semiretto colla linea del piano; e però conchiuderemo, che le linee prospettive di quelle linee, che nel piano geometrico sono tra loro parallele, e inclinate alla linea del piano con angolo di gradi 45, si avranno per mezzo di altrettante linee convergenti al punto della distanza. Qui bisogna avvertire, che la linea M m potrebbe in due maniere fare angolo di gradi 45 colla linea del piano. Se essa sarà inclinata nel modo, che l'abbiamo ora considerata, la linea di prospettiva sarà diretta al punto della distanza D; ma se la sua inclinazione fosse dall'altra parte, allora la linea di prospettiva sarebbe diretta ad un altro punto della linea orizzontale tanto lontano dal punto F, quanto lo è il punto D, ma dalla parte opposta, cioè in d, il qual punto dovrà similmente riguardarsi come punto della distanza, essendo, come si disse da principio, indifferente cosa il prendere il punto della distanza o dall'una parte, o dall'altra del punto principale, purchè F D, o F d sia eguale alla distanza dell'occhio dalla parete, e purchè il quarto di cerchio, che serve per la costruzione, si descriva rispetto al punto L dalla parte opposta a quella, in cui fu preso il punto della distanza rispettivamente al punto principale. Veggasi la figura 5, in cui si è disegnato in prospettiva un pavimento diviso in quadrati, che anno l'angolo rivolto alla linea del piano, e perchè i

lati

lati di ciaſcun quadrato fanno angolo di 45 gradi colla linea del piano due da una parte, e due dall' altra, ſi vede, che le linee proſpettive ſono convergenti ai due punti della diſtanza D, d.

6 Una linea, che nel piano geometrico ſia parallela alla linea del piano, diſegnata in proſpettiva rimane parallela alla medeſima. Si conſideri, che la proſpettiva di una linea altro non è che la ſezione, che fa la parete di un triangolo, il quale ha per baſe la linea obbiettiva, e che eſſendo queſta parallela alla parete non potrà a meno di non eſſere ancora parallela alla ſezione, la quale per conſeguenza ſarà parallela alla linea del piano. Lo ſteſſo dovrà dirſi di qualunque altra linea parallela alla linea del piano. Per tanto valendoci di una forma di dire, che corriſponda alle eſpreſſioni antecedenti, ſtabiliremo, che ſiccome le altre linee parallele concorrono in proſpettiva ad un punto della linea orizzontale, così queſte ſi facciano convergenti ad un punto poſto a diſtanza infinita dal punto principale. Veggaſi la figura 3, in cui i lati dei quadrati, che ſono paralleli alla linea del piano, rimangono ad eſſa paralleli traſportati nel piano di proſpettiva.

7 Reſterebbero da conſiderare nella proſpettiva punti di convergenza per quelle linee obbiettive, che ſono parallele fra loro, e fanno angolo colla linea del piano maggiore, o minore di gradi 45; ma giacchè il farlo con brevità, e chiarezza dipende da alcune propoſizioni, che ſpiegheremo nel ſeguito, per non perdere il tempo inutilmente ci contenteremo per ora di quanto ne abbiamo detto, che crediamo ſufficiente per formare una giuſta idea della icnografia proſpettiva. Avvertiremo ſolamente, che detti punti di convergenza, che chiamanſi *punti particolari*, o *accidentali*, e che

ca-

cadono ſempre ſulla linea orizzontale, non compariranno mai ſul diſegno come quelli, che corriſpondendo a punti obbiettivi infinitamente lontani dall'occhio, ſono a noi inviſibili. In prova di ciò oſſerviamo la figura 1, e fingiamo, che in eſſa il punto M vada traſcorrendo ſul piano geometrico allontanandoſi ſempre dal piano di proſpettiva. Per tal moto la linea viſuale taglierà il piano in un punto Z, il quale ſempre ſi andrà accoſtando alla linea orizzòntale D F ſenza mai giungervi, ſe non quando foſſe il punto M ad una infinita diſtanza, per cui diverrebbe O M parallela al piano geometrico. Con ciò ſi viene a comprovare, qualunque pianta, ſia quanto mai può eſſere eſteſa, traſportata nel piano di proſpettiva contenerſi tra la linea del piano, e la linea orizzontale; onde a chi non aveſſe altro a fare, che mettere in proſpettiva una pianta, baſterà al ſuo diſegno quello ſpazio, che reſta fra le due linee fondamentale, e orizzontale.

8 Nell' altra ſezione abbiamo indicato un altro genere di proſpettiva, che ſebbene poco ſerva alla pratica, merita però di eſſere conſiderato. Sia un oggetto tra l' occhio, e la parete, come per eſempio una linea N M (*Fig.* 11.) perpendicolare al piano geometrico. La pianta di eſſa è il punto M, che ſi vuole ora diſegnare ſulla parete, riſerbandoci poi a parlare nella ſeguente ſezione della proſpettiva di tutta la linea. E' manifeſto che condotta O M, e prolungata fino a che incontri la parete in un punto Z, ſi avrà in Z la proſpettiva di M. Da M conducaſi la linea M L perpendicolare alla linea del piano L Q per avere il punto L d' incidenza. Dal punto principale F ſi tiri F L, che prodotta ſotto la linea fondamentale non potrà a meno di non incontrare il punto Z; e quì vale la ſteſſa ragio-

gione, che ſi è addotta (§. 1) per l' altra proſpettiva. Conſiderando poi i due triangoli ſimili Z L M, Z F O troveremo eſſere F Z : L Z come le due diſtanze dell' occhio, e del punto M dalla parete. Prendendo la proſpettiva a queſto modo ſi vede chiaramente, che qualunque punto della icnografia, che ſupponiamo ora deſcritta tra l' occhio e la linea fondamentale, va neceſſariamente a cadere da quella parte della parete, che ſi diſtende ſotto il piano geometrico, e che quando il punto M, o altro foſſe più diſtante dalla parete, che non è l' occhio, la linea O M non incontrerebbe più la parete ſe non quando foſſe prolungata dalla parte ſuperiore, nel qual caſo il punto trovato non ſarebbe che impropriamente la proſpettiva del punto M.

9 Paſſando alla figura ſecondo che ſe la propongono i diſegnatori, ſia D F (*Fig.* 12.) la linea orizzontale, e Q L la linea del piano. Qui pure conviene riflettere, che per ottenere la preſente diſpoſizione, ſi fa conto, che la parete della precedente figura raggirandoſi intorno alla linea fondamentale verſo S ſiaſi addattata col piano geometrico, per cui debba il punto obbiettivo M trovarſi ſuperiore alla linea Q L. Da M ſi tiri la perpendicolare M L, e per L ſi tiri L F, e ſi prolunghi indefinitamente. Si prenda poi L Q eguale ad M L, ma con ordine contrario a quello, che ſi è fatto per l' altro metodo di proſpettiva; imperocchè biſogna ora, che Q cada riſpetto ad L dalla medeſima parte, in cui ſi è preſo il punto D riſpetto ad F. Condotta poſcia per D, e per Q la linea D Q, ove queſte s' incontreranno in Z ſi avrà il punto cercato di proſpettiva. La ragione è manifeſta per eſſere con queſta coſtruzione F Z : F L come la diſtanza dell' occhio alla diſtanza del punto obbiettivo dalla parete.

Che

Che ſe mai ſuccedeſſe, che L Q oppure M L foſſe eguale o maggiore di F D, cioè ſe foſſe la diſtanza dell' oggetto dalla parete eguale, o maggiore di quella dell'occhio, le due linee D Q, F L o non s'incontrerebbero, o s' incontrerebbero dalla parte ſuperiore, ſiccome abbiamo poc' anzi avvertito, e allora il punto trovato non avrebbe nella pratica alcun uſo.

SEZIONE III.

Della Ortografia.

1 ABbiaſi un punto ſuperiore al piano geometrico, di cui ſi vuole ſegnare la proſpettiva. Se ne determini in primo luogo la pianta colla perpendicolare condotta ſul piano geometrico, e poi ſi faccia la proſpettiva di eſſa pianta ſecondo il metodo eſpoſto nella precedente ſezione. Preparate le coſe a queſto modo ſi troverà con una ſemplice coſtruzione la proſpettiva del punto dato, ma per ben intendere l'operazione conviene premettere alcune notizie: Sia N (*Fig.* 1.) il punto dato, da cui condotta ſul piano inferiore la perpendicolare N M ſi ha la pianta in M eſſendo l'altezza N M. Condotte le viſuali O M, O N, che taglino la parete in Z, X ſarà Z la proſpettiva di M, X di N, e X Z dell'altezza N M. Si noti che la linea X Z è parallela ad M N per eſſere comune ſezione del triangolo O M N, e del piano di proſpettiva, a cui N M è parallela; onde la detta X Z ſarà perpendicolare al piano geometrico, ed inſieme alla linea fondamentale L Q; e però trovato il punto Z, come ſi è fatto nella figura 2, ſe per eſſo ſi tirerà una linea perpendicolare alla linea fondamentale, queſta paſſerà neceſſariamente per il punto, che è proſpettiva di N. Si noti in oltre, che come ſta O M : O Z : : M N (altezza dell'oggetto N.) : Z X (altezza proſpettiva). La ragione di O M : O Z è la ſteſſa che la ragione di F L : F Z, mentre per la ſimilitudine dei triangoli O Z F, Z M L ſono Z O : Z M : : F Z : Z L; e componendo O M : O Z : : F L : F Z; e però F L : F Z come l'altezza vera all'altezza

pro-

proſpettiva. Veniamo ora alla pratica. Sia il punto M (*Fig. 6.*) la pianta di un punto ſuperiore al piano geometrico, di cui ſia data l'altezza. Trovato il punto Z, che ſia proſpettiva del punto M, e prolungata ML fino in N, di modo che NL eguagli l'altezza data, ſi tiri la linea FN; indi per Z ſi tiri una linea ZX parallela alla LN, e per conſeguenza perpendicolare alla linea fondamentale. Per le coſe dette il punto cercato dovrà trovarſi nella linea ZX; e perchè nei triangoli ſimili FLN, FZX abbiamo FL : FZ : : LN (altezza vera) : ZX, reſta dimoſtrato eſſere ZX l'altezza proſpettiva, e X il punto, che ſi cerca.

2. Per ſegnare ſulla parete qualunque altro punto ſuperiore al piano geometrico, ſarà d'uopo ripetere la ſteſſa coſtruzione; onde ſe ad alcuno pareſſe, che la deſcrizione di tante linee foſſe d'imbarazzo al diſegno, potrebbe far a parte in un foglio ſeparato la predetta coſtruzione, e quindi traſportare a ſuo luogo le linee ritrovate. Oppure ſi prolunghino le due linee fondamentale, e orizzontale o a deſtra, o a ſiniſtra oltre a quello ſpazio, che appartiene al diſegno da eſeguirſi; e ſi tiri (*Fig. 7.*) qualunque linea ER, che tagli l'una e l'altra delle predette linee nei punti E, R, e ſi deſcriva un'altra qualunque linea indefinita RN. Fatta la proſpettiva della pianta ſi prendano ſopra RN le altezze dei punti obbiettivi, e ſia per eſempio RN l'altezza di quel punto, che inſiſte ſopra il piano geometrico in M, e ſi congiunga EN. Per Z ſi tiri Zz parallela alla linea orizzontale; oppure, non eſſendo d'uopo deſcriverla attualmente, ſi noti il punto z, che nella linea ER corriſponde a Z per mezzo di una riga poſta in ſituazione parallela alla linea orizzontale; indi ſi faccia zx parallela ad RN, e ſi traſporti in

Z X, di modo che ſta perpendicolarmente alla linea del piano. Dico eſſere Z X l'altezza proſpettiva, che ſi cerca. E in vero eſſendo le due linee F L, E R diviſe in parti proporzionali dalla Z z, come F L : F Z : : E R : E z; e perchè E R : E z : : R N : z x, ſarà pure F L : F Z : : R N (altezza vera dell'oggetto) : z x (altezza proſpettiva). Si pone ſotto gli occhi la pratica di queſto metodo colla figura 8, la quale rappreſenta un cubo, che ha per baſe, o pianta il quadrato M, e per altezza R N eguale a ciaſcun lato della baſe. Deſcrivaſi in primo luogo la proſpettiva della pianta in Z, e giacchè tutti i lati retti al piano geometrico ſono eguali tra loro, lo ſteſſo triangolo E R N ſervirà per determinare ciaſcuna altezza apparente, purchè R N ſia eguale all'altezza del cubo; onde condotte da ciaſcun angolo del quadrilatero digradato Z le linee parallele alla linea orizzontale, ove queſte tagliano E R, ſi avranno per mezzo delle parallele alla R N le altezze apparenti, o proſpettive dei lati, che ſopraſtanno a ciaſcun angolo del quadrilatero Z. Deſcritte poi le dette altezze apparenti, ſi congiungano i punti eſtremi con linee rette, e ſarà compita la proſpettiva del cubo. Trattandoſi di un ſolido, che non può vederſi tutto intiero, ſarebbe inutile diſegnare quelle linee, che reſtano coperte dai piani anteriori.

3 Per diſegnare in proſpettiva un priſma obbliquo, ſebbene ſia più lunga l'operazione, è però conforme alle regole precedenti; imperocchè deſcritti in proſpettiva i lati del priſma, i quali ora ſupponiamo inclinati al piano geometrico, ove prima erano ad eſſo perpendicolari, e congiunti i punti eſtremi con linee rette, reſterà compita la proſpettiva di tutto il ſolido. La differenza dunque di queſte due operazioni conſiſte nell'

eſe-

eſeguire la proſpettiva di una linea inclinata, che prima ſupponevaſi retta al piano geometrico. Eſſendo perpendicolare la linea, fatta la proſpettiva di quel punto, che tocca il piano geometrico, ſi ottiene nello ſteſſo tempo ſulla parete la proſpettiva della pianta dell' altro punto eſtremo della medeſima linea; indi ſi procede come nell' articolo precedente; ma ſe la linea è inclinata, fatta la proſpettiva di quel punto, che inſiſte ſul piano geometrico, non per queſto ſi ottiene ſulla parete la pianta dell' altro punto eſtremo, la quale abbiſogna per condurre a fine la coſtruzione. Per la qual coſa dovrà ſegnarſi per mezzo di una perpendicolare condotta dal punto obbiettivo ſul piano geometrico la pianta, la quale traſportata ſulla parete ſervirà unicamente per trovare colla lunghezza data della perpendicolare traſportata anch' eſſa ſulla parete il punto di proſpettiva ſuperiore al piano geometrico, che ſi cerca. Trovato che ſi abbia detto punto dovrà poi cancellarſi la pianta, che ſi era ſegnata ſulla parete, come pure l' altezza; imperocchè non corriſpondendo queſte ad alcun punto, o linea dell' oggetto, non debbono comparire nel diſegno. Sarebbe utile in queſti caſi per rendere l' operazione più ſpedita valerſi di un metodo, il quale inſegnaſſe di fare la proſpettiva di un punto ſuperiore al piano geometrico, ſenza che biſogno vi foſſe di ſegnare ſulla parete la pianta, e l' altezza. Il problema non è difficile, e potrebbe riſolverſi in più maniere. Noi ne daremo ora la ſeguente ſoluzione.

4 Proponendoſi alla mente ciò, che ſi fece colla figura 6 per mettere in proſpettiva qualunque punto ſuperiore al piano geometrico, s' intenderà facilmente, che il detto punto come X non può a meno di non trovarſi ſulla linea FN ove queſta retta diviſa in due

par-

parti, che anno fra loro la ragione di FZ : ZL, cioè (§. 1 *Sez.* II.) della diſtanza dell' occhio alla diſtanza del punto obbiettivo dalla parete. Pertanto ſia dato (*Fig.* 9.) un punto ſuperiore al piano geometrico, e ſia M la pianta di eſſo. Si conduca ML perpendicolare alla linea del piano, e prolungandola fino in N, ſi faccia LN eguale all'altezza del punto dato. Si tiri dal punto principale F la linea FN, e ſulla linea orizzontale eſſendo il punto della diſtanza in D ſi prenda DI eguale ad LM. Si congiungano i punti I, N, e per D ſi tiri una parallela ad IN; ove queſta incontra FN in X, dico eſſere ivi il punto cercato. Abbiamo poc'anzi moſtrato, che il punto X, proſpettiva del punto obbiettivo dato, trovaſi neceſſariamente in quel punto della linea FN, il quale divide eſſa linea nella ragione delle due diſtanze dell'occhio, e del punto obbiettivo dalla parete; ma qui per la ſimilitudine dei triangoli abbiamo FX : XN : : FD (diſtanza dell'occhio) : DI (diſtanza del punto obbiettivo); dunque il punto X così determinato è quello, che corriſponde all'oggetto, ſenza che vi ſia ſtato biſogno per ritrovarlo di ſegnare ſulla parete e la pianta, e l'altezza proſpettiva. Mi ſono ſervito di queſto metodo per diſegnare in proſpettiva un ſolido obbliquo, come può vederſi nella figura 10, in cui però mancano molte linee, che anno ſervito per la coſtruzione, le quali ſi ſono ommeſſe per non cagionare troppa confuſione. Il priſma ha per baſe il quadrato M, e per altezza una linea eguale ad LN. Eſſendo tutti i lati egualmente inclinati al piano della baſe, cioè al piano geometrico, ſe dai punti eſtremi dei detti lati, che formano il quadrato oppoſto alla baſe, s' intenderanno le perpendicolari al piano geometrico, avremo le piante dei punti eſtremi delle linee

in-

inclinate, e queſte congiunte con linee rette, comprenderanno un altro quadrato m eguale al M. Si faccia prima la proſpettiva del quadrato M ſecondo le regole della icnografia; indi col metodo poc' anzi ſpiegato ſi faccia la proſpettiva dei punti eſtremi dei lati inclinati, che conſtituiſcono il quadrato oppoſto alla baſe, de' quali punti è data la pianta per mezzo del quadrato m, e l'altezza per mezzo della linea L N. La figura moſtra la ſola coſtruzione, che riguarda il punto ſopra H, eſſendo D I eguale ad H L; e ciò baſta per intelligenza di tutta l'operazione.

5 Pare che appartenеſſe a queſta ſezione il conſiderare quale ſia per eſſere la proſpettiva di quelle linee obbiettive, che ſono parallele tra loro, ed inclinate in qualſivoglia modo al piano geometrico, ma giacchè le notizie, che ſi anno fin quì, non ſono ſufficienti per fare ſpeditamente una tale ricerca, ne tratteremo a parte nella ſeguente ſezione; e intanto avvertiremo, che ſe l'altezza di un ſolido foſſe maggiore dell'altezza dell'occhio, la quale è ſempre eguale alla diſtanza tra la linea orizzontale, e la linea del piano, la proſpettiva di eſſo ſopravanzerebbe la linea orizzontale; ſe foſſe eguale, i lati del ſolido in proſpettiva andrebbero a terminare alla linea orizzontale; e ſe foſſe minore la proſpettiva di eſſo reſterebbe tra la linea orizzontale, e quella del piano. La coſtruzione ſteſſa il fa vedere chiaramente; perchè ſe L N (*Fig.* 9) è maggiore della diſtanza tra le due linee orizzontale, e fondamentale, tutta la F N ſi eſtende ſopra l'orizzontale, ed inſieme il punto X reſta ſuperiore ad eſſa linea. Se L N è eguale, la F N coincide colla orizzontale, ed inſieme il punto X; e finalmente il punto X reſta di ſotto, ſe L N è minore. Tenendo dietro a tutte le altezze

poſ-

poſſibili di L N viene ancora da conſiderarſi il caſo, che eſſa ſia nulla, e ciò avviene quando il punto obbiettivo ſi trova ſul piano geometrico; onde queſto metodo, che è ſtato propoſto per l' ortografia, potrà ancora ſervire per l' icnografia. Infatti ſe L N è nulla, il punto N cade in L, e la linea F N in F L, e compiendo la coſtruzione la linea F L, cioè la linea condotta per il punto principale, e il punto d' incidenza, reſta diviſa in ragione delle due diſtanze dell'occhio e del punto obbiettivo dalla parete, che è quello che ſi richiede per trovare la icnografia proſpettiva, come ſi diſſe (§. 1 *Sez.* II.). Queſto metodo, che, come abbiamo veduto, abbraccia l' ortografia inſieme e la icnografia, può renderſi ancor più generale, applicandolo a certi caſi, che fin ora non abbiamo conſiderati, cioè quando il punto obbiettivo ſia collocato ſotto il piano geometrico, perchè allora in vece di prendere L N eguale all' altezza, la prenderemo eguale alla baſſezza dandole una direzione contraria, e il rimanente della coſtruzione ſi farà come prima. Non ſtarò ora a dimoſtrar ciò, perchè ſarà facile a chi che ſia il ritrovarne la ragione tenendo dietro all' ordine dei diſcorſi precedenti.

6 Nel ſecondo genere di proſpettiva, per cui ſi ſuppone l' oggetto tra l' occhio, e la parete, eſſendo N M (*Fig.* 11) la linea obbiettiva, ed X Z la proſpettiva, è facile il provare, che N M ſia ad X Z, come la diſtanza del punto M alla diſtanza dell' occhio dalla parete; onde paſſando alla figura (12) addattata al comodo di chi diſegna, ſe ſopra il punto d' incidenza ſi alzerà la perpendicolare L N eguale alla linea obbiettiva, e ſopra Z una linea parallela ad L N, che vada ad incontrare quella, che ſia condotta per F e per N,

avre-

avremo la X Z proſpettiva della linea data. Nelle preſenti circoſtanze una linea obbiettiva perpendicolare al piano geometrico è ſempre minore della linea proſpettiva, ſuccedendo tutto il contrario nell' altro genere di proſpettiva. Ci diſpenſeremo ora da molte rifleſſioni, che ſi potrebbero fare, perchè come abbiamo detto, queſto metodo rariſſime volte può aver uſo in pratica. Formandoſi un diſegno ſecondo queſta ſuppoſizione dell' oggetto tra l' occhio, e la parete, verrebbe eſſo ad occupare parte del piano della parete inferiore alla linea fondamentale. Chi voleſſe ſupporre il piano geometrico come un pavimento, che ſi congiungeſſe ad un muro, il quale faceſſe le veci della parete, non potendoſi rimovere il pavimento, reſterebbe impedita la viſta di ciò, che foſſe deſcritto ſotto di eſſo; onde allora ſi potrebbe pretendere, che il diſegno degli oggetti foſſe fatto ſul pavimento ſteſſo, e non ſulla parete, laſciando a queſta la ſola parte della proſpettiva, che ſopravanza la linea fondamentale. Non oſtante, che quì abbia luogo una tale rifleſſione, io credo ſuperfluo il dimoſtrare ciò, che ſi aveſſe a fare per compire il diſegno, giacchè nel trattare delle ombre dei corpi diremo quanto baſta per ſoddisfare alla preſente ricerca.

SEZIONE IV.

Della proſpettiva delle linee convergenti, e delle linee parallele.

1 SEbbene i teoremi generali non ſieno il più delle volte utili alla pratica, ſe non inquanto, che col reſtringerne l' ampiezza, ſi riducono a que' caſi particolari, de' quali il pratico abbiſogna, pure non può negarſi, che non giovino molto per intendere la conneſſione, e il rapporto, che anno le coſe fra loro, e per formare un' idea compita della ſcienza. Per queſta ragione non crederò fuor di propoſito il conſiderare in termini generali quale apparenza ſieno per avere quelle linee obbiettive, che concorrono ad un medeſimo punto, e quelle che ſono tra loro parallele. Poniamo che due, o più linee (*Fig.* 13.) concorrino ad un punto N poſto di là dalla parete riſpetto all' occhio O. Tiriſi la linea O N, ove queſta taglia la parete in X, ſi avrà quivi il punto, a cui concorrono le linee proſpettive. La coſa non può eſſere altrimenti, perchè eſſendo il punto N comune a tutte le linee obbiettive, anche il punto di proſpettiva in X ſarà comune a tutte le linee proſpettive, le quali perciò ſaranno convergenti al punto X. La ragione per ſe è chiariſſima, pure ſe la vorremo tale che ſi addatti a tutti i caſi poſſibili, ſi conſideri, che ciaſcuna linea obbiettiva è baſe di un triangolo fatto dalle linee viſuali, che partono dal punto O; che i piani di queſti triangoli anno per loro comune ſezione la linee O N; che la parete interſecando i predetti piani, taglia altresì la linea della comune loro ſezione in un punto, il quale

ſarà

ſarà il concorſo delle linee proſpettive, cioè di quelle linee, che ſi formano per la ſezione della parete con ciaſcun piano triangolare. Da queſta dimoſtrazione ne ſegue, che ſe il punto, a cui concorrono le linee obbiettive cadeſſe tra la parete, e l'occhio, come in M, condotta OM, e prolungata fino che tagli il piano della parete in Z, ſi avrebbe in Z il punto del concorſo delle linee proſpettive. Servirà la ſteſſa coſtruzione, ſe le linee obbiettive foſſero dirette ad un punto come R più lontano dalla parete, che non è l'occhio, perchè per avere il punto della convergenza delle linee proſpettive, baſterà condurre per R e per O una linea, e notare quel punto Y, che eſſa incontra nella parete.

2 La propoſizione può renderſi ancor più generale; imperocchè non ſolo le linee obbiettive convergenti ad un medeſimo punto ſi fanno convergenti ad un punto nel piano di proſpettiva, ma ancora tutte le linee, che vanno ad incontrare la ſteſſa linea ON, che paſſa per l'occhio O. Immaginiamoci altre linee obbiettive oltre quelle, che concorrono al punto N, le quali incontrino in qualſivoglia punto la linea ON; dico che tutte le loro linee proſpettive ſaranno convergenti al punto X, valendo la ſteſſa ragione poc'anzi addotta per le linee, che concorrono al punto N.

3 E' degno d'oſſervazione potere qualche volta ſuccedere, che due, o più linee convergenti ad un punto, abbiano le linee proſpettive tra loro parallele. S'intenda per O condotto un piano parallelo al piano della parete. Le linee obbiettive convergenti ad un punto, qualunque egli ſia di detto piano, avranno le linee proſpettive tra loro parallele. Seguendo la coſtruzione, che ſi è poc'anzi ſpiegata, conviene con-

durre per l' occhio O, e per il punto, a cui ſono dirette le linee obbiettive, una retta linea, e queſta prolungarla fino a che tagli la parete; ma giacchè i predetti due punti ſono in un piano parallelo alla parete, ſarà pure ad eſſa parallela la linea deſcritta, e però non l' incontrerà mai; oppure ſe vogliamo parlare col linguaggio conceduto ai geometri, l' incontrerà ad una infinita diſtanza. Per la qual coſa eſſendo le linee proſpettive dirette a un punto infinitamente lontano, ſaranno tra loro parallele, e avranno tutte la ſteſſa inclinazione colla linea fondamentale. Per conoſcere queſta inclinazione, immaginiamoci un piano H G (*Fig.*14.), che paſſi per l' occhio, e che ſia parallelo alla parete, e ſia in eſſo un punto N, a cui concorrano quante linee ſi vuole. Sia O F il raggio principale, e ſia N X condotta perpendicolarmente all' uno, e all' altro piano, e ſi prolunghi oltre la parete in Q; indi ſi congiungano i punti F, X. Egli è chiaro, che la proſpettiva di Q X giace nella linea F X; imperocchè deſcrivendoſi O Q deve queſta neceſſariamente trovarſi nel piano del rettangolo F N, e tagliare F X in un qualche punto Z. Abbiamo dunque X Z proſpettiva di Q X, e prolungando X Z fino alla linea fondamentale, avremo l' angolo in A eguale alla inclinazione di X Z, e di tutte le linee proſpettive corriſpondenti a quelle linee, che concorrono al punto N. Per O, e per N ſi tiri O N, che tagliando la B G in un punto B farà ivi un angolo eguale all' angolo in A, giacchè per eſſere parallele le due linee F X, O N incontreranno con eguale inclinazione il piano geometrico ne' due punti A, B. Ora pertanto chi vuol ſapere la inclinazione delle linee proſpettive, baſta condurre per l' occhio O, e per il punto N una retta, la quale per

le

le cose dette farà un angolo in B, cioè un angolo col piano geometrico eguale alla inclinazione cercata. Valendo questa costruzione quando si tratta di più linee, che concorrono ad un medesimo punto, come N, dovrà pure valere trattandosi di una sola linea, di cui si cerchi la inclinazione, che avrà nel piano di prospettiva colla linea fondamentale. Imperocchè essendo notato il punto, come N, ove la linea data incontra il piano H G, ed essendo condotta una linea per l' occhio O, e per N resta dimostrato, per ciò che si è detto, essere la inclinazione di questa linea col piano geometrico eguale alla inclinazione della linea prospettiva.

4 Per trarre tutto quel vantaggio, che si può dalle cose dette in questa sezione, ci proporremo ora come problema di trovare sulla parete quel punto, a cui concorrono le linee prospettive essendo data di posizione la retta linea (*Fig.*15.), che passa per l' occhio O, e per il punto N, ove concorrono le linee obbiettive. Questa linea O N sia data di posizione per mezzo di due angoli, che ora indicheremo. Si prolunghi O N fino al piano geometrico in Q. Per Q, e per S punto della stazione, si tiri Q S sul piano geometrico, che incontri la linea fondamentale in L. Chiamerò questa linea Q L *base*, *o pianta* della Q N, perchè se da ciascun punto di Q N si fanno cadere sul piano geometrico delle perpendicolari, si viene a disegnare Q L. Posto che sia dato l' angolo, che fa la base in L colla linea fondamentale, e che sia dato l' angolo O Q S inclinazione di Q N col piano geometrico, e che in oltre si sappia da qual parte rispetto all' occhio la linea Q N incontra il piano geometrico, la posizione della linea Q N non può essere che una sola, e però resta determinata. Per trovare con questi dati, e col mezzo di

una

una coſtruzione fatta ſulla parete il punto X proſpettiva di N, avvertiremo in primo luogo, che condotta O A dall' occhio a quel punto della linea orizzontale, per cui paſſa L X, l' angolo O A F ſi fa eguale all' angolo dato in L, giacchè oltre all' eſſere parallele la linea orizzontale, e la fondamentale, ſono pure parallele le due O A, S L lati oppoſti del rettangolo A O S L. In ſecondo luogo che l' angolo A O X è eguale all' angolo dato in Q per le ſteſſe parallele A O, L Q. Nel punto principale F ſi alzi ſulla parete la linea F P ad angoli retti colla linea orizzontale, ed eguale alla diſtanza F O, e ſi tiri P A. I due triangoli P F A, A O F ſono eguali per eſſere rettangoli in F, e per eſſere F P eguale ad F O, e F A comune, onde avremo A O eguale ad A P, e l' angolo P A F eguale all' angolo F A O; per la qual coſa ſe ſarà condotta da P una linea per modo, che colla orizzontale faccia un angolo eguale all' angolo F A O, o all' angolo dato L, eſſa neceſſariamente incontrerà la linea orizzontale nel punto A. Si prenda A G eguale ad A P, e ſi congiunga G X. I triangoli X A G, X A O ſono eguali, perchè ſono rettangoli in A, e perchè A G è eguale ad A O, ed A X comune, e però l' angolo in G eguale a X O A, cioè all' angolo dato Q. Onde ſe trovato il punto G ſarà condotta una linea G X con angolo eguale al dato Q, eſſa neceſſariamente incontrerà la linea A X nel punto cercato X.

5 Per poco che ſi rifletta a queſta coſtruzione ſi manifeſta eſſere coſa indifferente il deſcrivere F P o di ſopra, o di ſotto della orizzontale, perchè dovendoſi determinare il punto A baſta che l' angolo in F ſia retto, e che ſia l' angolo oppoſto a P F eguale al dato L. Non così potrà dirſi della linea A X, e di tutto

il

il triangolo A G X, perchè ſe la linea O X, che paſſa per l' occhio O, invece d' incontrare il piano geometrico in un punto più lontano, che non è il punto S dalla parete, lo incontrerà in un punto più vicino, oppure in un punto, che ſi trovi di là dalla parete, allora il punto X con tutto il triangolo X A G cadrà di ſotto alla linea orizzontale. Ma qui ſenza perdere tempo in deſcrivere tutti i caſi poſſibili, che ponno occorrere, e che ciaſcuno ſcoprirà ſenza difficoltà, traſporteremo la preſente coſtruzione alle figure 16, 17, quali ſe le ſogliono rappreſentare i proſpettivi ne' loro diſegni. Sia F il punto principale, F A la linea orizzontale, L K la linea del piano. Sia data di poſizione quella linea, che paſſa per l' occhio, e per il punto, ove concorrono molte linee obbiettive. In F ſi alzi la perpendicolare F P eguale alla diſtanza dell' occhio, e ſi tiri P A di modo, che l'angolo P A F ſia eguale all' angolo, che fa la baſe della linea data di poſizione colla linea del piano. Come per eſempio ſe H R foſſe la baſe della data linea, converrà deſcrivere la P A in modo, che ſia parallela ad H R, perchè così facendo ſi avrà l' angolo in A della miſura, che ſi richiede; e il punto A cadrà da quella parte riſpetto ad F, che eſige la preſente ſuppoſizione. In A ſi deſcriva la perpendicolare A X, indi preſa A G eguale ad A P, ſi tiri per G una linea, che faccia colla orizzontale un angolo eguale alla inclinazione della linea data col piano geometrico. Il punto X trovato per la interſecazione delle due linee G X, A X è quello appunto, che ſi cerca. Per conoſcere da qual parte debba cadere il punto X riſpetto alla linea orizzontale, e però ſe abbia a ſervire per regola della coſtruzione la figura 16, o la 17, è neceſſario riflettere da qual parte riſpet-

ſpetto all' occhio incontri il piano geometrico la linea data di poſizione. Imperocchè ſe lo incontra da quella parte, ove ſta la parete, ſi farà la coſtruzione come moſtra la figura 17, e ſe dalla parte oppoſta, ſervirà di regola la figura 16.

6 Paſſando a trattare della proſpettiva delle linee parallele, ci riuſcirà comodo il riguardarle come linee, che concorrano ad un punto infinitamente lontano per valerci degli ſteſſi metodi, che abbiamo ora ſpiegati; e ſiccome ſi è dimoſtrato, che tutte le linee, che concorrono a qualunque punto N della linea O N (*Fig.* 13) ſono in proſpettiva convergenti al punto X, ciò deve verificarſi ancora nel caſo, che ſi ſupponga eſſere il punto N ad una infinita diſtanza dal punto O. Giacchè però tutte le linee, che concorrono colla O N ad una infinita diſtanza, ſono tra loro parallele, e altresì parallele alla O N, avranno la ſteſſa inclinazione col piano geometrico, e le loro baſi faranno angoli eguali colla linea fondamentale. Onde ſenza avere alcun riguardo a quella linea, che paſſa per l' occhio, data che ſia la poſizione di una delle parallele, queſta notizia baſterà per trovare ſulla parete il punto, ove concorrono le linee proſpettive. Ritornando alle figure 16, 17 immaginiamoci una linea obbiettiva, che s' innalzi in qual modo ſi vuole ſopra il piano geometrico, la quale incontri il piano in un qualche punto, come R, e abbia per baſe una linea, come H R. L' angolo, che forma la linea obbiettiva colla baſe in R, ſarà l' angolo della ſua inclinazione; e prolungandoſi la baſe H R fino alla linea del piano, ſi avrà in L l' angolo della baſe colla linea del piano. Con queſti due angoli, che ſono comuni a tutte le altre linee, le quali ſi ſuppongono parallele alla linea data, ſi determinerà il punto

X,

X, come ſi è fatto per le linee convergenti. In F ſi alzi una perpendicolare F P eguale alla diſtanza dell' occhio. Per P ſi tiri P A parallela ad H L per avere l'angolo P A F eguale all' angolo H L K. Si prenda A G eguale ad A P, e per A ſi deſcriva ad angoli retti colla orizzontale una linea, e un' altra ſe ne deſcriva in G, che faccia un angolo eguale alla inclinazione della linea obbiettiva; ove s' incontreranno queſte due linee in X, ivi ſi avrà il punto del concorſo di tutte le linee proſpettive, come ſi raccoglie dalle coſe dette negli articoli precedenti. Quì pure conviene avvertire, che il punto X può cadere e ſopra, e ſotto l' orizzontale, come nelle linee convergenti. Per ben diſtinguere queſti caſi differenti, che dipendono dalla poſizione della linea data, proporremo ora queſto eſame nel ſuppoſto, che abbiamo fatto, che la linea data incontri il piano geometrico nel punto R trovandoſi la parete tra l' occhio, e il detto punto. Si conſideri la inclinazione di queſta linea, per cui o ſarà ottuſo l' angolo dalla parte di L, o ſarà acuto. Eſſendo ottuſo l' angolo, egli è manifeſto, che quella linea fra tutte le parallele poſſibili, la quale paſſa per l' occhio, andrà ad incontrare il piano geometrico in un punto, che avrà maggiore diſtanza dalla parete di quella dell' occhio, onde il punto X cadrà ſopra la linea orizzontale, valendo lo ſteſſo raziocinio, che ſi è fatto per le linee convergenti. Che ſe l' angolo in R foſſe acuto verſo L, giacchè la parallela condotta per l' occhio incontrerebbe il piano geometrico in un punto, che riſpetto all' occhio ſi troverebbe da quella parte, ove ſta la parete, è forza, che il punto X cada ſotto l' orizzontale. Inſomma per decidere della ſituazione del punto X, biſogna ricorrere a quella parallela, che paſſa per l' occhio, ed

eſaminare da qual parte eſſa incontri il piano geometrico, giacchè da queſto dipende il luogo del punto X.

7 Accade ſpeſſo a chi diſegna di dovere mettere in proſpettiva una ſerie di frontiſpizii rettilinei, i quali eſſendo ſimili, ſomminiſtrano molte linee rette fra loro parallele, ed inchinate al piano geometrico. Gioverà per facilitare l' operazione il trovare il punto, a cui in proſpettiva concorrono le linee predette. Sia per eſempio (*Fig.* 16.) H R la icnografia di un muro, che abbia uno, o più ordini di fineſtre coi frontiſpizii rettilinei. Ciaſcun frontiſpizio può riguardarſi come un triangolo, in cui i due lati, che ſi alzano ſopra la baſe, fanno con eſſa angoli eguali in tal modo però, che un lato ſia nella ſerie di quelle linee, che rivolgono l' angolo acuto verſo la parete, mentre le linee, che formano l' altro lato, rivolgono l' angolo ottuſo. Non oſtante queſta diverſa poſizione trovaſi per le une, e per le altre la ſteſſa linea della baſe, la quale eſſendo parallela al muro, può ſervire nella preſente coſtruzione per linea della baſe la ſteſſa linea H R; onde condotta per P la P A parallela ad H R, e preſa A G eguale ad A P reſta ſolo da deſcrivere in G una linea, che faccia colla orizzontale un angolo eguale a quello, che fanno le linee dei frontiſpizii colla baſe, o ſia col piano geometrico. Queſto angolo ſecondo Vitruvio è di gradi ventidue e mezzo, onde condotta in G una linea, che faccia colla orizzontale il predetto angolo, ove queſta incontra la perpendicolare, che paſſa per A, ivi ſi avrà il punto cercato. Perchè abbiamo ora due ordini di linee parallele, delle quali le une rivolgono l' angolo acuto verſo la parete, e le altre l' angolo ottuſo, due ſaranno i punti, che ſoddisfanno uno ſuperiore, e l' altro inferiore alla linea orizzontale; e perchè l' an-

l'angolo della inclinazione è eguale per tutte le linee, dovranno farſi eguali gli angoli in G col deſcrivere da queſto punto due linee, una delle quali s'alzi, e l'altra s'abbaſſi egualmente ſotto l'orizzontale; con che ſi rende manifeſto, che i due punti cercati ſi trovano nella ſteſſa perpendicolare, ed egualmente diſtanti dalla linea orizzontale.

8 Ciò che ſi è detto (§. 6.) ſupplirà a quello, che abbiamo ommeſſo nella Sezione II., e III, mentre può ſervire a mettere in chiaro lume quale ſia la legge, con cui le linee parallele per cagione della proſpettiva ſi trasformano in linee convergenti. E in primo luogo ſupponiamo, che le linee parallele abbiano ciaſcuna per baſe una linea R H perpendicolare alla linea del piano. Per la coſtruzione è manifeſto, che il punto A coinciderà col punto F, e che il punto X cadrà nella linea F P prodotta indefinitamente e di ſopra, e di ſotto della orizzontale. Dunque nel caſo preſente il punto di convergenza di tutte le linee proſpettive ſi trova in quella linea, che paſſa per il punto principale, e che fa angoli retti colla orizzontale; e giacchè F G diviene ora eguale ad F P, ſe l'angolo della inclinazione, a cui ſi coſtruiſce eguale l'angolo G, ſarà ſemiretto, il punto di convergenza ſarà diſtante dalla linea orizzontale, quanta è la diſtanza dell'occhio dalla parete. Nelle inclinazioni minori dell'angolo ſemiretto il detto punto ſi accoſterà al punto F, e ſi allontanerà nelle maggiori. Se la inclinazione foſſe nulla, cioè ſe le linee obbiettive giaceſſero nel piano geometrico, oppure foſſero parallele al detto piano, il punto di convergenza cadrebbe nel punto F; dal che ne ſegue, che tutte le linee perpendicolari al piano della parete poſte in proſpettiva ſi facciano convergenti al

punto principale. Finalmente ſe la inclinazione foſſe di gradi 90, il punto X, cioè il punto di convergenza ſi ſcoſterebbe all' infinito dal punto F per cagione dell' angolo retto in G; lo che fa vedere, che tutte le linee parallele fra loro, e perpendicolari al piano geometrico rimangono parallele nella parete, e ſi alzano perpendicolarmente ſopra la linea del piano.

9 Supponiamo in ſecondo luogo, che qualunque linea R H faccia angolo ſemiretto colla linea del piano, il perchè ſarà pure ſemiretto l' angolo P A F, ed F A eguale ad F P; e però il punto A cadrà nel punto della diſtanza. Dunque nel caſo preſente tutte le linee proſpettive ſi fanno convergenti ad un punto di quella linea, che paſſa per il punto della diſtanza, e che è perpendicolare alla linea orizzontale. Se l' angolo della inclinazione, a cui è eguale l' angolo G, foſſe nullo, cioè ſe le linee obbiettive foſſero parallele al piano geometrico, il punto X cadrebbe nel punto A, e le linee proſpettive diverrebbero convergenti al punto della diſtanza. Se la inclinazione foſſe di gradi 90, e però retto l' angolo in G, tutte le linee proſpettive concorrerebbero ad un punto infinitamente lontano dal punto A, e perciò ſarebbero tra loro parallele, e perpendicolari alla linea del piano; lo che appunto ſi accorda con quello, che per ultimo ſi è dimoſtrato nell' articolo precedente.

10 Finalmente ſe ſupponiamo, che ciaſcuna baſe R H ſia parallela alla linea del piano L K, giacchè P A ſi conduce parallela ad R H, ſi troverà il punto A ad una infinita diſtanza dal punto principale F, e il triangolo X G A ſarà infinito. Per la qual coſa tutte le linee, che ſono convergenti al punto X, ſaranno parallele alla linea G X; ma l' angolo in G per coſtruzione

è egua-

è eguale all'angolo della inclinazione; dunque le linee proſpettive egualmente che le linee obbiettive ſaranno tra loro parallele, e avranno la ſteſſa inclinazione colla linea del piano, che anno queſte col piano geometrico.

11 Nella ſeconda Sezione dopo di avere dimoſtrato quella propoſizione, che è il fondamento della icnografia proſpettiva, abbiamo da eſſa dedotte alcune conſeguenze, che riguardano i punti particolari, o ſieno que' punti, a' quali ſembrano concorrere per cagione della proſpettiva le linee parallele deſcritte nel piano geometrico. Le ſteſſe conſeguenze ſi ſono ora dedotte in una maniera più univerſale; anzi ſe reſtringeremo il diſcorſo alla ſola icnografia, la coſtruzione eſeguita nella figura 16, e 17 ſi renderà più ſemplice; imperocchè trattandoſi di linee, che giacciono ſul piano geometrico, e che perciò coincidono colle loro baſi, e fanno con queſte un angolo nullo, ſvaniſce affatto il triangolo A G X, e il punto X coincide col punto A. Per trovar dunque il punto di convergenza riſpetto alle linee parallele deſcritte nel piano geometrico, eſſendo (*Fig.* 18.) F il punto principale, F X la linea orizzontale, L K la linea del piano, e H R una delle parallele deſcritta nel piano geometrico, ſi tiri F P ad angoli retti colla orizzontale, e di lunghezza eguale alla diſtanza dell'occhio; indi per P ſi tiri una parallela ad H R, il punto X, che eſſa incontra nella orizzontale, ſarà il punto cercato. Per queſta coſtruzione ſi riconoſcerà facilmente quando il punto X cada nel punto principale, quando nel punto della diſtanza, e il tutto ſi troverà accordare con quello, che ſi diſſe nella ſeconda Sezione.

SE-

SEZIONE V.

Della Proſpettiva delle ombre.

1 PEr nome d' ombra ſuole intenderſi dai pittori una ſuperficie, a cui ſia impedito il lume per la interpoſizione di un corpo opaco. Qualunque punto, che ſpanda raggi di luce può dare occaſione, che ſi formino ombre; onde parlandoſi in tutto rigore infinite ſono le ombre, che i corpi producono, giacchè eſſendo illuminati, ogni punto della loro ſcabra ſuperficie ſpande raggi d' intorno, ed eſſendo opachi, ſono d' impedimento alla propagazione del lume. Per la meſcolanza delle ombre ſi ſcorgono le parti di ciaſcun oggetto altre più altre meno oſcure; anzi pare, che tra i pittori queſto termine d' ombra ſia relativo, poichè la ſteſſa ſuperficie, che foſſe mezzanamente illuminata riſpetto ad un' altra, che il foſſe maggiormente, ſi prenderebbe per ombra, e quella ſteſſa ſi direbbe eſpoſta al lume riſpetto ad una, che foſſe più oſcura.

2 Egli è molto importante di ben conoſcere la natura delle ombre, mentre da eſſa principalmente dipende l' arte della pittura. In fatti tutto ſi riduce a meſcolanza di colori più, o meno chiari, e poſſiamo dire ancora più, o meno oſcuri. Dal chiaro, e dall' oſcuro diſpoſti con maeſtria ſi rappreſentano le ombre, che fanno parere il dipinto come di rilievo, e dal confine di un colore con un altro, o di un chiaro con un' oſcuro appariſce non ſolo il contorno di una figura, ma di ciaſcuna ſua parte. Queſta ſcienza della proſpettiva poco può giovare per ciò, che riguarda in generale la deſcrizione delle ombre, non tanto per colpa

ſua,

ſua, quanto che mancano le notizie, che debbono precedere le regole di proſpettiva. Imperocchè ſebbene foſſe battantemente nota la diſpoſizione di tutte le parti di un oggetto, non per queſto ſarebbe facile il conoſcere tutte le condizioni delle ombre, che ſi formano per le prominenze delle parti, ricevendo l' oggetto raggi di luce da tutti i corpi, che ſono a lui d' intorno; ed è aſſai manifeſto, che da queſti riceve tanta luce, che ſe reſtaſſe privo dei raggi, che provengono direttamente dal ſole, baſterebbe il lume rifleſſo per renderlo chiaramente viſibile. Per deſcrivere queſte ombre, che ſi formano dai raggi rifleſſi, e che i pittori ſogliono chiamare coi nomi di *chiaro-oſcuro*, di *ombre ſfumate*, e di *sbattimenti*, niuna regola ſi può ſtabilire a vantaggio, e comodo dei pratici. Che ſe vorremo conſiderare quell' ombra ſola, che ſi forma da un corpo opaco, allorchè ſi preſenta a un corpo lucido, che ſpande raggi d' intorno, come fa il ſole, e la luna, e qui fra noi una candela acceſa, o altra ſimile fiamma, ſarà più facile il dar precetti, che giovino al proſpettivo. Per meglio intendere ciò, che ſiamo per dire, conſidereremo prima queſte ombre come ſono in ſe ſteſſe ſenza riguardo a ciò, che debbono comparire in proſpettiva.

3 Sia un punto lucido in B, e ſia (*Fig.* 19.) un corpo in A C, che ſupporremo di figura ſferica. Sieno condotte da B le tangenti come B A, B C, le quali ponno riguardarſi come raggi di luce, che partono dal punto B. Queſte tangenti condotte d' intorno al corpo formano una ſuperficie conica, che ha per vertice il punto B, e ſervono non ſolo per diſtinguere quella parte del globo, che riceve lume da quella, che non ne riceve punto, ma ancora per far vedere in qual

mo-

modo, e con qual direzione ſi propaghi l' ombra. Tutti i punti dentro il cono dalla parte riſpetto al globo oppoſta al punto B non ponno ricevere lume, onde tutto ciò, che s' incontra dentro alla detta ſuperficie del cono rimane immerſo nell' ombra. Lo ſteſſo corpo A C eſſendo opaco ſarà da una parte illuminato, e dall' altra oſcuro, e i punti del contatto di quelle linee, che formano il cono, preſcriveranno il confine della parte illuminata, e della oſcura. La ſuperficie del globo rivolta verſo il punto lucido non reſta egualmente illuminata per la ragione, che ciaſcun punto non riceve i raggi, che vengono dal punto B, colla ſteſſa inclinazione. Per ſpiegar ciò più chiaramente ſia (*Fig.*20.) un punto lucido in B, e ſia un piano in C A, e un altro in C D più obbliquo del primo riſpetto ai raggi provenienti da B. Egli è certo, che tolto di mezzo il piano C A, tutti que' raggi, che illuminavano il piano C A, ſerviranno ora a illuminare il piano C D, che per eſſere più obbliquo, ſarà ancora più eſteſo dell' altro, onde la ſteſſa luce dilatandoſi per uno ſpazio maggiore diverrà più rara. Dunque per la maggiore obbliquità dovrà parimente ſuccedere, che nella ſuperficie del globo vi concorra più luce verſo il punto di mezzo, che verſo i punti eſtremi A, C. Ho avvertito ciò, non già per proporre alcuna regola di diſtribuire i lumi nel dipingere, ma perchè così eſigea la natura di ciò, di cui ſi parla; imperocchè per diſtribuire i lumi non ſi anno a conſiderare gli oggetti come ſono in ſe ſteſſi, ma come appariſcono; e chi guarda un globo illuminato, come ſi è detto, non vede il maggior lume nel punto di mezzo, ma bensì là dove la rifleſſione dirige il lume all' occhio; e potrebbe eſſere tale la ſituazione di chi guarda, che poco a lui pareſſe il-

lu-

luminato il globo nel punto di mezzo, ove riceve maggior luce.

4 Quanto più lontano ſarà il punto B dal globo A C (*Fig.* 19.), tanto più ſi accoſteranno ad eſſere tra loro parallele le tangenti B A, B C per cagione della diminuzione dell' angolo in B; di modo che ſe il punto B foſſe ad una infinita diſtanza, ſarebbero paralleli i raggi di luce da eſſo provenienti, e l' ombra in vece di eſſere conica acquiſterebbe la forma di cilindro.

5 L' ombra conſiderata a queſto modo ſi trova per tutto della ſteſſa denſità, giacchè ciaſcun punto dentro il cono ombroſo o ſia vicino al confine dell' ombra, o nel mezzo reſta affatto privo di luce; onde ſe tale ombra incontraſſe la ſuperficie di un altro corpo, ſopra di eſſa comparirebbe radente, cioè ſenza penombra. Non così potrà dirſi, ſe in vece di un punto lucido ne ſupporemo altri ancora. Sieno per eſempio due i punti lucidi B, b (*Fig.* 21.). Condotte le tangenti per definire quelle ombre, che ciaſcun punto cagiona, meſcolandoſi queſte inſieme faranno si, che l' ombra totale non reſti egualmente oſcura in ogni ſua parte. In fatti prolungandoſi le due linee B A, b C, comprenderanno eſſe uno ſpazio in FACe, dentro a cui non può inſinuarſi per retta linea alcun raggio di luce proveniente o dal punto B, o dal punto b. Prolungandoſi poi le altre due linee B C, b A ſi avranno due ſpazj F A f, E C e, dentro a' quali non cadranno ſe non i raggi provenienti da un ſol punto, eſſendo intercetti quelli dell' altro; e ſe un piano riceveſſe l' ombra in E f, vi ſi ſcorgerebbe una differente denſità, eſſendo quanto può eſſere oſcura l' ombra in F e, e meno oſcura di quà, e di là in E e, F f. Per ciò, che ora ſi è detto, reſta baſtantemente diſtinta l' ombra dalla penombra,

perchè nel caſo propoſto tutto il tratto F e appartiene all' ombra, e F f, ed E e appartengono alla penombra, la quale eſſendo meſcolata con alcuni raggi di luce, nè può dirſi ombra, e nè meno può andar del pari con quella luce, che non reſta per alcun modo impedita dalla interpoſizione del corpo opaco.

6 La figura dell' ombra prodotta dai due punti lucidi B, b, e ricevuta ſopra un piano, o ſi conſideri unita alla penombra, o ſenza di eſſa non potrà mai eſſere circolare. Per riconoſcerne la forma, biſogna vedere in qual modo ſtieno le ſezioni, che ſi fanno dal piano E f ſopra i due coni ombroſi. Eſſendo i due punti B, b egualmente lontani dal centro del globo, e fra loro diſtanti quanto è il diametro di A C, le due linee B F, b e ſaranno tra loro parallele, e la dimenſione dell' ombra preſa nel piano, in cui ſi trovano i due punti B, b, e il centro del globo, ſarà ſempre la ſteſſa in qualunque diſtanza dal globo; ma la penombra ſi andrà dilatando nelle maggiori diſtanze. Se la linea B b foſſe maggiore del predetto diametro, le linee B F, b e ſarebbero convergenti dalla parte dell' ombra, la quale perciò terminerebbe in un punto a quella diſtanza, che richiedeſſe la proporzione tra il diametro del globo, e la linea B b, ed inſieme la diſtanza dei punti B, b dal globo A C. Oltre a quel punto ſeparandoſi i coni l' uno dall' altro ſvanirebbe affatto l' ombra, e ſolo ſi vedrebbero ſul piano due circoli, o piuttoſto due elliſſi egualmente oſcure, e diviſe fra loro, una delle quali ſarebbe l' ombra del punto B, e l' altra del punto b; ma così l' una come l' altra dovrebbe dirſi penombra. Finalmente ſe B b foſſe minore del diametro, le linee B F, b e ſarebbero divergenti dalla parte dell' ombra, la quale perciò ſi andreb-

be

be ſempre dilatando nello ſcoſtarſi dal globo, e ſi eſtenderebbe all' infinito.

7 I corpi, che tramandano tanta luce, che ſia capace di illuminare ſenſibilmente gli oggetti, non ponno riguardarſi come punti; onde ſarà neceſſario, che alle ombre ſieno ſempre congiunte le penombre: e per ben comprendere queſta unione gioverà la teoria, che abbiamo dato, ſebbene non ſi ſieno conſiderati ſe non due punti lucidi. Suppongaſi pure, che tra B, b vi ſia una ſerie continuata di punti lucidi, oppure che eſſi non ſolo ſieno diſpoſti in una retta linea tra B, b, ma che compongano una ſuperficie o circolo, che abbia per diametro la linea Bb; ſarà ſempre vero, che niun raggio di luce potrà inſinuarſi dentro lo ſpazio FACe, e che l' ampiezza dell' ombra verrà definita nello ſteſſo modo. Sarà pur vero, che dentro l' angolo FAf, o ECe vi ſarà qualche luce, che meſcolandoſi coll' ombra cagionerà la penombra. Queſto ſolo conviene avvertire di più, che la penombra non ſarà della ſteſſa intenſione per tutto, come dovea ſuccedere nel caſo precedente, ma ſi avrà una continuata degradazione, per cui la penombra diverrà più oſcura quanto più ci accoſteremo all' ombra, e più chiara quanto più ci ſcoſteremo da eſſa. E la ragione è, perchè preſo un punto come h, e condotte le tangenti intorno al corpo AC, queſte incontreranno il corpo lucido dividendolo in due parti talmente che quella, che reſta verſo B ſarà incapace di tramandare raggi di luce al punto h, il quale però ne riceverà da tutta la parte, che reſta verſo b; e ſiccome quanto più il punto h ſi accoſterà ad e, tanto maggiore ſarà la parte del corpo lucido, che ſi naſconde dietro al corpo AC, così l' ombra verſo e ſarà più denſa. Non ſarebbe difficile aſſe-

gnare con qual proporzione procedano queſti gradi di denſità, dovendo eſſere proporzionali ai ſegmenti del corpo lucido, che fanno le linee tangenti; ma non eſſendo utili alla pratica queſte ricerche, noi le tralaſcieremo. Anzi non credo nè men neceſſària per la pratica una eſatta deſcrizione delle penombre, baſtando conoſcere la direzione di ciaſcuna ombra, lo che ſi ottiene ſupponendoſi, che il corpo lucido ſia come un punto. Per la qual coſa noi il ſupporemo tale; e chi voleſſe uſar maggior diligenza, e valerſi delle regole di proſpettiva per determinare preciſamente ancor le penombre, dovrebbe cercare ciaſcuna ombra particolare, che producono diverſi punti preſi nel contorno del corpo lucido, e dalla meſcolanza di queſte verrebbe in cognizione della penombra.

8 Eſſendo un corpo lucido in B (*Fig.* 22.), che riguardo ora come un punto, ed una linea M N, di cui ſi vuole ſaper l'ombra projettata ſul piano, a cui ſuppongo M N perpendicolare, dal punto B ſi tiri al piano la perpendicolare B C, e ſi deſcrivano B N, C M prolungandole, finchè s'incontrino in V. Dico eſſere M V l'ombra della linea M N. Per eſſere M N, e C B perpendicolari al medeſimo piano, ſi troveranno eſſe in un piano medeſimo, in cui parimente vi ſarà tutto il triangolo C V B; dal che ne ſegue, che ciaſcun punto di M V debba reſtar naſcoſto al punto lucido B per la interpoſizione di M N, che è lo ſteſſo che dire, l'ombra ſi propaga per tutta M V. Se l'altezza del punto lucido B C foſſe eguale, o minore di M N, l'ombra ſi eſtenderebbe all'infinito, perchè le due linee B N, C M non potrebbero mai incontrarſi dalla parte dell'ombra. Se la linea M N foſſe inclinata al piano, converrebbe allora cercare l'ombra del punto eſtre-

eſtremo N, e poſcia condurre pel punto ombroſo ritrovato, e per il punto M una linea, la quale darebbe l'ombra di una linea inclinata. Per trovar l'ombra del ſolo punto N biſogna ſupporre condotta da eſſo una perpendicolare ſul piano, e determinare la lunghezza dell'ombra di queſta linea, perchè il punto eſtremo di eſſa darà l'ombra del punto N. Stimo ſuperfluo di ſpiegare come ſi determini l'ombra di un piano o retto, o inclinato al piano C V; imperocchè trovata l'ombra di ciaſcun punto eſtremo di quelle linee, che chiudono il piano, e congiunti i punti ombroſi con linee rette, ſi avrà l'ombra di tutto il piano: e ſe ſi trattaſſe di un corpo ſolido, trovate le ombre dei piani, che chiudono il ſolido, ſarebbe pure deſcritta l'ombra di eſſo. Si vede dunque, che il problema di trovare l'ombra di qualunque oggetto ſi riduce ſempre a determinare la lunghezza, e la direzione dell'ombra di una linea retta perpendicolare al piano; e giacchè per qualunque data linea vale la ſteſſa coſtruzione, ſe ne raccoglie, che tutte le ombre delle linee perpendicolari al piano geometrico ſieno convergenti a quel punto C, a cui corriſponde a perpendicolo il punto luminoſo, e che qualunque linea come B V, che determina il punto eſtremo dell'ombra, è ſempre diretta al punto lucido B. Per la qual coſa ſe foſſero propoſte da deſcrivere in proſpettiva tutte le ombre, che formano diverſe linee date perpendicolari al piano geometrico, affine di rendere più facile, e ſpedita la pratica, gioverà prima ſegnare ſulla parete i due punti C, B al primo de' quali ſono convergenti le ombre, e al ſecondo le linee, che ne determinano la lunghezza. Per ſegnare ſulla parete i due punti C, B ricorreremo a que' metodi, che abbiamo ſpiegati nella Sezione preceden-

dente, e ſecondo eſſi opereremo nel ſeguente modo.

9 Stabilito che abbia il proſpettivo quel punto, in cui vuole ſupporre il centro del lume, e condotta da eſſo la perpendicolare B C ſul piano geometrico (*Fig.* 23.), ſarà l' ombra di qualunque linea obbiettiva come M N ſul piano geometrico convergente al punto C, e qualunque linea, che determina la lunghezza dell' ombra, ſarà convergente al punto B. Conſideriamo in primo luogo ciò, che appartiene al punto B, e in ſecondo luogo ciò, che appartiene al punto C. Condotta una linea per B, e per O, che tagli il piano geometrico in un qualche punto Q, e condotta la baſe Q S, che tagli la linea fondamentale in un punto L, ſi miſuri l' angolo in L, e quello in oltre, che fa O Q col piano geometrico. Provveduti di queſte miſure, colle quali reſta determinato ſulla parete il punto X, paſſiamo all' altra figura, quale ſe la rappreſentano i diſegnatori. Nel punto principale F (*Fig.* 24.) ſi alzi una perpendicolare F P eguale alla diſtanza dell' occhio. Si tiri P A, che faccia in A un angolo eguale a quello, che ſi è trovato fare la baſe colla linea fondamentale, e detta linea P A ſia deſcritta da quella parte riſpetto al punto principale F, ove nell' altra figura la linea della baſe incontra la linea fondamentale. Si prenda A G eguale ad A P, e per A ſi tiri una perpendicolare alla orizzontale. Per G ſi conduca una linea, che faccia in G un angolo eguale all' angolo in Q dell' altra figura. Ove queſta linea incontra A X, ivi ſi avrà il punto cercato X, a cui concorrono in proſpettiva tutte le linee convergenti al punto lucido dato. Paſſiamo ora a coſtruire l' altro punto Z, a cui concorrono tutte le ombre. Nella figura 23 ſi tiri O C, che prolungata incontri la parete in Z; e per C, ed S ſi tiri

una

una linea, che ſarà baſe di O C. Non v' ha dubbio, che queſta non coincida con quella, che è baſe di O B per eſſere le linee O S, B C in quel medeſimo piano, in cui ſono O B, O C, C S; onde ſerviranno gli ſteſſi punti A, G della figura 24 trovati colla precedente coſtruzione. Si miſuri l'angolo O C S, e ſi tiri per G (*Fig.* 24.) una linea G Z, che faccia un angolo in G colla orizzontale eguale all' angolo O C S. Il punto Z, che ſi ha per lo incontro di A Z, e della perpendicolare condotta per A, ſarà quello, a cui concorrono le ombre di ciaſcuna linea. Facciaſi, che il punto M ſia pianta di una linea M N retta al piano geometrico, e ſia m n la proſpettiva di eſſa linea trovata colle ſolite regole. Per avere l' ombra ſi tiri per Z, e per m una linea, che darà la direzione dell' ombra. Si tiri per X, e per n un' altra linea, che incontri la Z m in v, e ſi avrà la lunghezza dell' ombra m v. Facendoſi lo ſteſſo per qualunque altra linea, ſi avranno ſpeditamente le proſpettive di tutte le ombre.

10 Giova avvertire, che il punto Z, a cui ſulla parete ſono convergenti tutte le ombre, può cadere ſotto la linea fondamentale, oppure tra la fondamentale, e l' orizzontale, o ſopra l' orizzontale. Ciò ſi rende manifeſto riguardandoſi la figura 23, mentre ſe il centro del lume ſi trova tra l' occhio, e la parete, è aſſai chiaro, che il punto Z, il quale corriſponde in proſpettiva al punto C, cade ſotto l' orizzontale. Se il centro del lume è poſto di là dalla parete, il detto punto Z cade tra la fondamentale, e l' orizzontale: e finalmente ſe il centro del lume riſpetto all' occhio ſi trova dalla parte oppoſta alla parete, il punto Z, a cui concorrono le ombre, viene ad eſſere ſuperiore alla linea orizzontale. Sarà facile ancora l' intendere ciò,

che

che debba ſuccedere del punto X corriſpondente al centro del lume, il quale trovandoſi dalla ſteſſa parte riſpetto all' occhio, in cui è la parete, o l' altezza del lume è maggiore dell' altezza dell' occhio, e allora il punto X cadrà ſopra l' orizzontale, o è minore, e allora cadrà ſotto di eſſa. Succederebbe poi tutto il contrario, ſe il lume foſſe riſpetto all' occhio dalla parte oppoſta. Quando il centro del lume foſſe collocato nella medeſima diſtanza dell' occhio dalla parete, che vale a dire ſi trovaſſe in quel piano, che paſſa per l' occhio, e che è parallelo alla parete, allora le linee convergenti al punto X, e le convergenti al punto Z diverrebbero in proſpettiva tra loro parallele (§. 3. *Sez.* IV.), e in queſto caſo le ombre proſpettive ſarebbero tutte tra loro parallele, e ſarebbero altresì fra loro parallele le linee, che determinano l' eſtremo punto di ciaſcun ombra. Per la qual coſa i triangoli ombroſi ſarebbero tutti equiangoli, e le altezze delle linee proſpettive paragonate colle lunghezze delle ombre ſi troverebbero per tutto avere la ſteſſa proporzione.

11 Eſſendo per lo più coſa arbitraria il collocare il lume o da una parte, o da un' altra riſpetto agli oggetti, che ſi vogliono rappreſentare, ſarà lecito al diſegnatore ſenza intraprendere alcuna coſtruzione ſcegliere a modo ſuo due punti ſulla carta, che ſieno i regolatori delle ombre, purchè però l' uno, e l' altro punto ſia preſo ſopra una medeſima linea perpendicolare alla linea orizzontale; poichè, come ſi raccoglie dalle coſe dette, queſta condizione è ſempre neceſſaria per qualunque ſituazione del lume. Serva d' eſempio la figura 25, e la 26, nelle quali eſſendo diſegnato un parallelepipedo in proſpettiva, ed eſſendo preſi due

pun-

punti X, Z nella medeſima perpendicolare alla linea orizzontale, ſono le ombre convergenti al punto Z, e i raggi, che preſcrivono il termine di ciaſcun ombra ſono convergenti al punto X. Regolandoſi a queſto modo le ombre non vi è pericolo di commettere alcuno errore di proſpettiva. Se poi ſi vorrà render conto della ſituazione del lume, ciò potrà farſi, ſebbene i punti X, Z ſieno ſtati preſi a capriccio. Nella figura 25 il punto Z giace tra la linea orizzontale, e la fondamentale, e però deve il lume trovarſi di là della parete, ove ſono gli oggetti, ed egli ſteſſo ſarà un oggetto viſibile allo ſpettatore, e il proſpettivo dovrà diſegnarlo unitamente cogli altri oggetti, quando però non cadeſſe fuori di quello ſpazio, che è ſtato deſtinato per il diſegno. Il punto X, che reſta ſuperiore alla orizzontale, moſtra che l'altezza del lume ſia maggiore di quella dell'occhio. Nella figura 26 trovandoſi il punto Z ſopra l'orizzontale è ſegno, che il lume riſpetto all'occhio è dalla parte oppoſta a quella della parete, cioè l'occhio ſi trova tra il lume, e la parete; e perchè il punto X cade ſotto l'orizzontale, biſogna che il centro del lume ſia più alto dell'occhio ſopra il piano geometrico.

12 Non ſempre le ombre ſi eſtendono ſul piano geometrico, ma incontrandoſi in altri corpi ricevono quelle figure, che anno le ſuperficie di queſti. Chi voleſſe trattare diffuſamente delle ſezioni, che ſi fanno dalle ſuperficie dei corpi colle ombre, intraprenderebbe una ricerca lunga, e difficile. Baſterà per la pratica conſiderare attentamente qual corpo reſti o in parte, o in tutto immerſo nell'ombra, e quale ne reſti affatto libero, giacchè i triangoli ombroſi il dimoſtreranno aſſai chiaramente. Che ſe la ſuperficie del

corpo, che riceve l'ombra, foſſe retta al piano geometrico, facendoſi la ſezione col triangolo ombroſo parallela a quella linea, che getta l'ombra, allora ſarebbe facile il definire la quantità dell'ombra, che il corpo riceve. Non è poſſibile diſegnare ogni coſa colla ſcorta delle regole, ma non per queſto dobbiamo traſcurare que' metodi generali, che ci ſomminiſtrano molti lumi, e molte cognizioni neceſſarie a ben operare.

13 Dopo tutto ciò ſarà facile applicare le ſteſſe regole, quando ſi ſupponga il corpo lucido ad una infinita diſtanza, per cui i raggi provenienti da un medeſimo punto divengono tra loro paralleli. Ritornando alla figura 23, ſe il punto lucido B ſi ſcoſtaſſe dall'occhio ſtando ſempre nella medeſima linea BQ, quando egli ſi trovaſſe ad una diſtanza infinita, ancora il punto C diverrebbe infinitamente lontano; e però le ombre, che concorrono al punto C ſarebbero tra loro parallele, e ſarebbero paralleli i raggi, che partono dal punto B, e danno termine alle ombre. Per ſegnar dunque ſulla parete i punti B, C, che ſono regolatori delle ombre, conviene ricorrere a que' teoremi, che ſi ſono ſpiegati per le linee parallele, i quali, come abbiamo veduto, non ſono punto diſſimili da quelli delle linee convergenti.

14 I corpi, che tramandano luce, e che anno tale diſtanza, che i raggi di un medeſimo punto ponno riguardarſi come paralleli, ſono i corpi celeſti, come il ſole, e la luna. Queſti corpi appariſcono ſotto un diametro aſſai ſenſibile, per cui le ombre ſono ſempre accompagnate dalle penombre; ma noi conſidereremo i raggi, e le ombre come ſe altro punto lucido non vi foſſe, che il centro. Immaginiamo il piano della parete eſteſo da ogni parte, così che vada a terminare

alla

alla sfera del sole, con che si divida essa sfera in due parti. Quella parte, in cui si trovano gli oggetti, la chiameremo emisfero degli oggetti, e l'altra emisfero dello spettatore. Il circolo, che si forma per detta sezione sarà un circolo verticale, giacchè il piano della parete è perpendicolare al piano geometrico, che fa le veci di orizzonte. Sia un raggio B O (*Fig.* 23.), che supporemo ora provenire dal centro del sole, e giungere all' occhio O, e passando oltre incontrare il piano geometrico in Q. Condotta Q S, che chiamasi base della B Q, si farà in Q un angolo eguale alla inclinazione della B Q col piano geometrico. Questo stesso angolo è misura dell' altezza del sole sopra l' orizzonte, come gli astronomi insegnano; onde senz' altra ricerca se fosse data l'altezza del sole, sarebbe ancora dato il detto angolo. Questo sì che bisogna avvertire, che il punto Q cadrà o da una parte, o dall' altra del punto S, secondo che il sole si troverà o nell' emisfero degli oggetti, o in quello dello spettatore, del che bisogna tener conto per la costruzione, che intraprenderemo fra poco. Il piano, in cui sono le linee B Q, e Q S, e in cui si trova il sole, è perpendicolare al piano geometrico, e però sarà un piano verticale, e l'angolo, che fa questo piano col piano della parete è eguale all' angolo, che fa Q S colla linea fondamentale; onde se sarà dato l' angolo, che fa il verticale, che passa per il sole, col verticale della parete, si avrà l' angolo della linea della base colla linea fondamentale. Passiamo ora alla costruzione per la prospettiva. Nel punto F, punto principale (*Fig.*16., 17.), si alzi sopra l' orizzontale ad angoli retti F P eguale alla distanza dell' occhio. Sia H L la sezione del verticale del sole col piano geometrico, e però l' angolo

in L quello, che fa il piano verticale del ſole colla parete. Si tiri PA parallela ad HL, e ſi avrà l'angolo PAF eguale all'angolo dei predetti due piani. Per A ſi deſcriva una linea perpendicolare alla orizzontale, e preſa AG eguale ad AP ſi tiri GX, che faccia in G un angolo eguale all'altezza del ſole ſopra l'orizzonte. Queſta linea GX dovrà condurſi ſopra l'orizzontale, come nella figura 16, ſe il ſole ſarà nell'emisfero degli oggetti, e dovrà condurſi di ſotto, come nella figura 17, ſe il ſole ſarà nell'emisfero dello ſpettatore. Trovati i due punti A, X al primo ſaranno convergenti tutte le ombre, e all'altro ſaranno convergenti tutti i raggi, che danno il termine di ciaſcun ombra.

15 Se pareſſe a qualcuno, che il problema trattato a queſto modo eccedeſſe quelle notizie, che ſi anno a ſupporre nei pratici, i quali per l'ordinario niente ſanno d'aſtronomia, rifletta, che per mettere in eſecuzione il metodo propoſto non vi è queſto biſogno di miſurare l'altezza del ſole, e l'angolo, che fa il piano verticale del ſole col piano della parete; imperocchè eſſendo permeſſo al dipintore il prendere il lume da qual parte egli vuole del quadro, potrà ſcegliere a ſuo piacimento i due punti A, X, purchè ſia il primo ſulla linea orizzontale, e il ſecondo nella retta, che è perpendicolare all'orizzontale nel punto A; e regolando poſcia le ombre con que' due punti, ſarà ſicuro della giuſtezza del diſegno, e laſcierà il penſiero a chi foſſe vago di ſapere il luogo del ſole, di dedurlo dagli angoli, che fanno le linee diſegnate in proſpettiva. E' degno di rifleſſione, che trattandoſi di un corpo lucido infinitamente lontano, come abbiamo ſuppoſto il ſole, tutte le linee delle ombre concorrono ad

un

un punto della linea orizzontale; ma trattandoſi di un corpo lucido a noi vicino, cade ſempre il punto del concorſo delle ombre o ſopra, o ſotto la linea orizzontale. La ragione di ciò ſi rende manifeſta col riflettere, che le linee parallele giacenti ſul piano geometrico concorrono in proſpettiva ad un punto della linea orizzontale, e che le linee deſcritte ſul piano geometrico convergenti ad un punto, che non ſia infinitamente lontano, non ponno in proſpettiva concorrere ad un punto della orizzontale, ma bensì ad un punto o ſuperiore, o inferiore ad eſſa linea.

16 Sarà più eſpediente il deſcrivere, o l'accennare le penombre a giudicio d'occhio, che colla ſcorta di alcuna regola geometrica, quando non ſi voglia intraprendere un lavoro di una fatica inſoffribile. Chi però foſſe ſcrupoloſo a queſto ſegno, non avrà biſogno di ſtudiare nuove regole, ma tenendo dietro a ciò, che ſi diſſe (§. 5., 6., 7.) dovrà ſupporre, che la luce non provenga da un punto, ma da un piano circolare, come appariſce il diſco del ſole, il quale da noi ſi vede ſotto un angolo in circa di 32 minuti. Succederebbe il più delle volte, che foſſe ſuperflua una tal diligenza per la piccolezza della penombra, e tanto più ſe riguardiamo quella ſola, che cade ſotto i noſtri ſenſi; imperocchè prendendola molto dappreſſo al confine dell' ombra, non ſarà da queſta ſenſibilmente differente, e ſe la prenderemo ove confina colla luce, non ci accorgeremo di alcun ſegno di penombra. Sarà dunque obbligo principale del proſpettivo il cercare coi metodi ſpiegati le direzioni, e le lunghezze delle ombre, che ſi fanno dai corpi luminoſi; perchè in quanto alle penombre potrebbe eſſere ſuperflua qualunque diligenza; e in quanto alle ombre, che ſi formano dai

lu-

lumi ſecondarii, i quali ſono rifleſſi da' corpi poſti all' intorno, niuna regola ſe ne può preſcrivere, e in queſte dovrà maggiormente ſpiccare l' intendimento, e l' accortezza di chi opera.

SEZIONE VI.

Della Proſpettiva delle linee curve.

1 LE curve ſono di numero infinite, ma poche ſono quelle, che ſogliono proporſi da diſegnare; onde per non entrare in una ricerca, da cui ne verrebbe al pratico più di moleſtia, che di vantaggio, reſtringerò il mio diſcorſo alle ſezioni coniche, e darò particolarmente un metodo per deſcrivere le elliſſi, che naſcono nelle proſpettive dei circoli, delle quali l' uſo è molto frequente.

2 E' noto a chiunque abbia qualche cognizione delle ſcienze matematiche, che tagliandoſi un cono in diverſe maniere ponno averſi quattro curve differenti, cioè il circolo, l' elliſſe, la parabola, e l' iperbole. Per ridurre ciò, che ſiamo per dire a idee chiare, e ſemplici conſideriamo, che la ſuperficie del cono ſi può riguardare come una ſerie, o aggregato di linee rette, che partono da ciaſcun punto della circonferenza del circolo, che è baſe del cono, e che tutte vanno ad unirſi nel vertice, delle quali ciaſcuna ſi chiama lato del cono. Qualunque piano, che taglia il cono, taglia altresì le predette linee eccettuatene quelle, che ad eſſo piano ſono parallele. Imperocchè ſe niun termine ſi concepiſce nella linea, e niuno nel piano, potendoſi e l' una, e l' altro prolungare all' infinito, è forza che una volta s' incontrino, fuori del caſo del parallelismo. Se il piano, che taglia il cono ſarà parallelo alla baſe, la ſezione ſarà un circolo, e allora reſtano interſecate dal piano tutte le linee; ſe il detto piano ſi andrà inclinando, purchè reſtino interſecate tutte

le

le linee, o i lati del cono, ſi avranno colle ſezioni diverſe elliſſi; ma toſto che il piano giunge ad eſſere parallelo ad un lato del cono, la ſezione diviene una parabola, e allora il piano taglia tutte le linee fuori di quella, che ad eſſo è parallela; anzi ſecondo le eſpreſſioni dei geometri incontra eſſa pure ad una diſtanza infinita dal vertice, eſſendo le altre linee tagliate quali ad una maggiore, quali ad una minore diſtanza. Finalmente ſi avranno diverſe iperboli, ſe più ſi continua ad inclinare il piano, il quale perciò non potrà più incontrare tutte le linee della ſuperficie del cono, ſe non quando s' intendano queſte prolungate dalla parte del vertice, ove formano un cono oppoſto. Così per eſempio il lato OD (*Fig.* 27.) non può incontrare il piano della ſezione iperbolica nel cono DOB, ma l' incontra nel cono oppoſto bOd. Chi voleſſe diſtinguere quali linee ſieno tagliate in un cono, e quali nell' altro, intenda per il vertice O condotto un piano parallelo al piano della iperbole, il quale formando colla ſua ſezione due triangoli oppoſti nei due coni dà a conoſcere, che di tutte le linee componenti la ſuperficie quelle, che nel cono DOB rimangono riſpetto al triangolo dalla parte della ſezione iperbolica, ſono tagliate nel cono DOB, e le altre linee nel cono oppoſto.

3 Queſte rifleſſioni ponno farſi in altro modo; perchè ſe de' due piani, che abbiamo immaginato, de' quali uno è piano della baſe, e l' altro è piano della ſezione, ſe ne permuterà l' ufficio, e quello, che era baſe, ſi prenderà per ſezione, e quello, che era ſezione, ſi prenderà per baſe, allora avremo un cono, la cui baſe ſarà una parabola, o una iperbole, o una elliſſe, e che tagliato da un piano darà un circolo. An-

zi

zi perchè niente impediſce, che due qualunque ſezioni ſi paragonino inſieme, potremo ancora immaginare un cono, che abbia per baſe una delle predette quattro curve, e una di eſſe ne abbia per ſezione. Tutto ciò traſportandoſi alla proſpettiva facilmente s' intende, che per le circoſtanze diverſe dovrà rappreſentarſi or l' una, or l' altra delle dette curve. Imperocchè ſe l' occhio riguarda un circolo, o una ellifſe, o una parabola, o una iperbole, ecco che ſi preſenta all' animo una ſuperficie conica per cagione delle linee viſuali, che partono dall' occhio, e vanno a terminare a ciaſcun punto della curva, che riguardaſi ora per oggetto; e giacchè ſi vuole, che il piano di proſpettiva tagli la detta ſuperficie conica, ſarà neceſſario, che in eſſo reſti impreſſo il veſtigio di una di quelle quattro curve.

4 Non debbono parere affatto vane queſte ſpeculazioni, ne rigettarſi come idee puramente aſtratte, mentre ponno ſuccedere tali caſi in pratica, de' quali eſſendo provocato il proſpettivo a render ragione, ſenza queſte notizie non gli ſarà facile il ſoddisfare un indiſcreto cenſore. Qualunque volta fra gli oggetti vi foſſe una sfera, che ricevendo il lume da una candela acceſa gettaſſe l' ombra ſopra un piano, la figura dell' ombra eſſendo conica (§. 4. *Sez.* V.), e il piano, che riceve l' ombra, tagliando il cono ombroſo, ſi avrebbe per oggetto una ſezione, la quale ſarebbe o circolo, o ellifſe, o parabola, o iperbole. Se fingiamo, che il lume ſia ſuperiore alla sfera riſpetto al piano, che riceve l' ombra, ſarà l' ombra o circolo, o ellifſe; ſe la diſtanza del lume dal piano ſia tale, che condotta una linea tangente la sfera nel punto di eſſa più lontano dal piano, ſi trovi il lume nella detta tangente,

ſarà l' ombra una parabola; ſe il lume reſta inferiore alla tangente, ſarà l'ombra una iperbole. L'occhio in ciaſcuno de' predetti caſi avrà per oggetto una delle quattro curve, e formando le linee viſuali un cono, che reſta tagliato dal piano della parete, ſarà neceſſario, che la ſezione, o la proſpettiva di un tale oggetto ſia una di quelle curve.

5 Abbiaſi in primo luogo un iperbole (*Fig.* 28.) Z V R, il cui piano abbia qualſivoglia inclinazione col piano geometrico, e ſia l' occhio in O. Condotte a tutti i punti V, R le linee viſuali O R, O V, formeranno queſte una ſuperficie conica; e perchè il piano della parete L G taglia la detta ſuperficie, naſcerà per tale ſezione una curva, che ſarà proſpettiva della iperbole. Conviene ora riflettere, che il piano di una iperbole, come ſi è detto di ſopra, non incontrando tutti i lati del medeſimo cono, non può la ſerie delle linee O V, O R &c. chiudere la ſuperficie conica, ma eſſere neceſſario ricorrere all' iperbole oppoſta, e queſta ſia z v r. Condotte poi O v, O z, O r lati del cono oppoſto, ſe queſti ſi prolungheranno verſo T, ſi avrà O T lato del primo cono, in quel modo, che prolungandoſi O V in t ne riſulta O t lato del cono oppoſto. Dunque colle due iperboli ſi viene a deſcrivere la intiera ſuperficie dei due coni oppoſti, uno de' quali ha nel vertice l' angolo V O T, e l'altro l' angolo v O t. Ora per conoſcere la natura di quella curva, che ſi forma ſul piano di proſpettiva, biſogna eſaminare la poſizione di eſſo piano per riconoſcere ſe tagli tutti e due i coni, o ſe ne tagli un ſolo, ed in qual modo. S' intenda condotto un piano parallelo al piano di proſpettiva, che paſſi per l' occhio O, e che tagli il piano geometrico nella linea K H. Ciò poſto io dico, che ſe queſto piano taglia l' iperbole oppoſta r u z, come

me in h k, di modo che una porzione di eſſa reſti tra il piano, che paſſa per l'occhio, e la parete, non v'ha dubbio, che i lati del cono, come O v, prolungati che ſieno, non incontrino il piano di proſpettiva, il quale per conſeguenza taglierà l'uno, e l'altro cono, con che reſta dimoſtrato, che la ſezione, o la proſpettiva della data iperbole Z V R ſia eſſa pure un iperbole. Se poi il piano, che abbiamo detto paſſare per l'occhio, non taglia la iperbole oppoſta, ma ſolo la tocca in un qualche punto, allora tutti i punti della curva iperbolica z v r reſteranno da una ſteſſa parte riſpetto al piano, che paſſa per l'occhio, onde il piano di proſpettiva non potrà mai incontrarſi con alcun lato di queſto cono. Giacchè però abbiamo ſuppoſto, che il piano condotto per l'occhio ſia tangente dell'iperbole, ſe per O, e per il punto del contatto ſi condurrà una linea, avremo un lato del cono parallelo al piano di proſpettiva, onde naſcerà una parabola colla ſezione, che ſi fa del cono O Z V R, e la proſpettiva della iperbole ſarà una parabola. Finalmente ſe la iperbole oppoſta z v r nè ſarà ſegata dal piano, che paſſa per l'occhio, nè ſarà tangente ad eſſo, chiaramente appariſce, che il piano di proſpettiva non può a meno di non tagliare tutti i lati del cono O Z V R, con che verrà deſcritto ſul detto piano o un circolo, o una elliſſe. Dal fin quì detto ſi raccoglie, che una iperbole poſta in proſpettiva può trasformarſi in ciaſcuna delle quattro ſezioni coniche.

6 Sebbene la data iperbole ſi eſtenda ad uno ſpazio infinito, non oſtante la curva proſpettiva può avere una eſtenſione limitata, e non eſſere, che una porzione o d'iperbole, o di parabola, o di circolo, o di elliſſe. S'intenda condotto per l'occhio O, che è ver-

tice del cono, un piano parallelo al piano della data iperbole, il quale tagli il piano di proſpettiva nella linea E G. E' certo che la curva da deſcriverſi non oltrepaſſa queſta linea, perchè, come ſi diſſe, il piano O E G (§. 2.) divide il cono laſciando da una parte le linee, o i lati del cono, che vanno alla iperbole Z V R, e dall' altra parte quelli, che vanno ad incontrare l' iperbole oppoſta, ſe ſieno prolungati oltre il vertice. Ora qui non ſi tratta della proſpettiva della iperbole oppoſta, la quale non può eſſere veduta ſulla parete, ma ſolo appartiene al noſtro problema la ſezione, che ſi fa di quella ſuperficie conica, che naſce dall' iperbole Z V R, che reſta da una parte del piano O E G, e però una ſola porzione o d' iperbole, o di parabola, o di circolo, o di elliſſe ſarà proſpettiva di una intiera iperbole, che ſi diffonde ad uno ſpazio infinito. Quando poi ſi ſupponeſſe, che il piano della iperbole foſſe parallelo al piano della parete, ſcoſtandoſi all' infinito la linea E G, la proſpettiva della iperbole ſarebbe eſſa pure un iperbole conſiderata ſecondo tutta la ſua infinita eſtenſione.

7 Cerchiſi ora la proſpettiva di una parabola poſta di là della parete con qualſivoglia inclinazione al piano geometrico, e fingiamo eſſere queſta la curva Z V R della propoſta figura preſcindendo dalla curva oppoſta z v r, che niente ha che fare colla parabola. Sieno condotte le viſuali O V, O R a tutti i punti della parabola, le quali formeranno una ſuperficie conica, e la formeranno tutta intiera ſenza che biſogno vi ſia d' immaginare il cono oppoſto, perchè la parabola appartiene ad un ſolo cono, e va ad incontrare tutti i lati del medeſimo eccettuatone quel ſolo, che è parallelo al piano della curva. Queſto lato ſi troverà nel piano,

che

che ſi conduce per l' occhio parallelo al piano della parabola, e che ſupporremo tagliare la parete in E G. Colla linea E G avremo ſulla parete il limite, oltre il quale non può eſtenderſi la curva proſpettiva; e giacchè tutta intiera la ſuperficie conica viene interſecata dalla parete, reſta dimoſtrato eſſere la curva, che naſce per queſta ſezione o un intiero circolo, o una intiera ellifſe. Chi ſupponeſſe il piano della parabola parallelo al piano della parete, poichè la linea E G ſi ſcoſterebbe all' infinito, e il lato del cono parallelo al piano della curva diverrebbe parallelo alla ſezione, ſarebbe eſſa pure una parabola quella curva, che per tale projezione verrebbe deſcritta.

8 Altre vicende naſcere debbono nella proſpettiva delle curve, quando queſte non rimangono tutte intiere da una parte riſpetto alla parete, come finora le abbiamo ſuppoſte. Fingiamo che traſportandoſi la parabola di quà dal piano della parete giunga ad eſſere tangente del piano O K H. Allora la proſpettiva di ciaſcun arco della parabola, che reſta di là dalla parete ſarà un arco parabolico, perchè condotta una linea per l' occhio O, e per il punto del contatto ſi avrà un lato del cono parallelo al piano della ſezione. Che ſe la parabola ſi traſporta più oltre, e ſi fa traſcorrere dall' altra parte del piano O K H, la ſezione, che ſi fa dal piano della parete, diviene un iperbole, il che ſi prova facendo vedere, che il piano della parete taglia il cono oppoſto. Queſto ſteſſo diſcorſo può egualmente convenire alla iperbole, che noi abbiamo ſempre ſuppoſta negli articoli precedenti rimanere tutta intiera di là della parete. Imperocchè ſenza ricorrere colla immaginazione all' iperbole oppoſta, ſe noi fingeremo, che la data iperbole giunga fino a toccare, o

ad

ad oltrepaſſare quel piano, che paſſa per l' occhio, e che è parallelo al piano della parete, ne verranno per la proſpettiva della curva tutte quelle vicende, che abbiamo ora notate trattandoſi di una parabola.

9 Avendo l' elliſſe, e il circolo molta parte nelle architetture, tratteremo di queſte curve più diffuſamente, e diremo in primo luogo, che ſe un elliſſe o un circolo ſaranno poſti di là della parete, qual che ne ſia la loro poſizione, non potranno mai eſſere le curve proſpettive o parabole, o iperboli, ma dovranno eſſere o circoli, o elliſſi, giacchè in tal caſo il piano di proſpettiva taglia tutte le linee componenti la ſuperficie del cono. Che ſe il circolo, o l' elliſſe non reſtaſſe tutta di là dalla parete, potrebbero allora formarſi le altre curve delle ſezioni coniche, e potrebbe un arco di parabola, o d' iperbole eſſere proſpettiva di un arco di circolo, o di elliſſe per le ragioni, che abbiamo dette nell' articolo precedente. Richiamando queſte ſpeculazioni alla pratica fingiamo, che foſſe propoſto da diſegnare in proſpettiva la metà di un anfiteatro di pianta circolare, o ellittica, e che ſi doveſſe porre l' occhio in modo che la perpendicolare condotta ſul piano geometrico incontraſſe un punto o della circonferenza, o dell' area di eſſa pianta; nel primo caſo ſarebbe la icnografia proſpettiva un arco di parabola; e nel ſecondo un arco d' iperbole. Anzi perchè vi ſogliono eſſere diverſi ordini di gradini tutti della ſteſſa forma o circolare, o ellittica, ſe l' occhio reſtaſſe ſopra ad uno di eſſi, ſi avrebbero nelle proſpettive diverſi archi d' elliſſe per i gradini interiori, e uno di eſſi potrebbe eſſere circolare, e ſi avrebbe un arco di parabola per quello, ſu cui inſiſte l' occhio, e diverſi archi d' iperbole per i gradini eſteriori. E' ben poi vero, che

tut-

tutti queſti archi ſarebbero tanto poco differenti dagli archi ellittici, che niuno, che non abbia il compaſſo negli occhi, potrebbe accorgerſi della differenza; onde ſi dovrà aſſolvere il proſpettivo dal debito di diſtinguerli con una preciſione geometrica.

10 Abbiamo detto, che un circolo potrebbe rimanere circolo in proſpettiva. Per dimoſtrare la verità di queſta propoſizione conviene prima ſpiegare una proprietà del cono ſcaleno. Sia un cono ſcaleno O I H (*Fig.* 29.), e ſia dal vertice condotta la perpendicolare O S ſopra il piano della baſe, e in oltre s' intenda tagliato il cono con un piano, che paſſi per O S, e per il centro della baſe, la qual ſezione dia il triangolo O I H. Si prenda ad arbitrio un punto nel lato O H, come h, e per eſſo s' intenda un piano perpendicolare al piano del triangolo O I H, che tagli il cono come in h i, oppure in h g. E' ſtato dimoſtrato dai geometri, che di tutte le ſezioni, che ponno farſi nella maniera detta, due ſaranno circolari, e le altre tutte ſaranno ellittiche, purchè però la linea h i, o qualunque altra vada ad incontrare O I, lo che ſuccederà ſempre che i due angoli O h i, i O h preſi inſieme ſieno minori di due retti. Le due ſezioni h i, h g ſaranno circolari, quando l' una ſia parallela alla baſe H I, e l'altra ſia ad eſſa antiparallela, cioè ſia h g condotta in modo, che l' angolo g h O ſi trovi eguale all' angolo O I H, con che verranno ad eſſere ancora eguali gli altri due O g h, O H I. E' ſtato pure dimoſtrato, che tutte le ſezioni, che ſi fanno tra h i, e h g ſono elliſſi tali, che l' aſſe minore ſi trova nel piano del triangolo O I H, al contrario di quello, che ſuccede nelle altre elliſſi, che naſcono tra g, ed O, oppure tra i, ed I, nelle quali trovaſi l' aſſe maggiore ſul piano del predetto triangolo.

golo. Perchè però una ſezione, che paſſa per h, e incontra O I tra g, ed i fa un angolo con O h minore di O h i, o ſia di O H I, e maggiore di O h g, o ſia di O I H, ſtabiliremo, che ſe la ſezione farà un angolo con O h, che paragonato con quelli della baſe H, ed I reſti fra il più grande, e il più piccolo, cioè ſia minore di uno, e maggiore dell' altro, la linea, che giace nel triangolo O I H ſarà l' aſſe minore dell' elliſſe, e negli altri caſi ſarà l' aſſe maggiore. Quando il cono foſſe retto non ha luogo queſto diſcorſo, perchè gli angoli alla baſe eſſendo eguali, la ſezione parallela, e l' antiparallela ſi confondono inſieme, e fanno una ſola ſezione.

11 Ritornando alla proſpettiva ne ſegue dalle coſe dette, che in due maniere un circolo può rimanere circolo in proſpettiva, o ſe la parete ſi trovi in ſituazione parallela al piano del dato circolo, o non eſſendo tale faccia però nel cono la ſezione antiparallela. Perchè ſia la ſezione parallela biſogna, che il circolo ſia verticale, come gli archi, che ſi fanno ſopra i pilaſtri. Eſſendo queſti diſpoſti in modo, che il loro piano ſia parallelo alla parete, rimangono ſemicircoli nel diſegno, ſiccome è noto ai proſpettivi, i quali ſono di ciò abbaſtanza avvertiti dalla pratica iſteſſa. Reſta ora a vederſi quale diſpoſizione di coſe ſi richiegga, perchè la ſezione divenga antiparallela, e per rendere più facile la ſpiegazione voglio prima ſupporre, che il dato circolo giaccia ſul piano geometrico. Queſto circolo deve eſſere talmente ſituato per ciò, che ſi è detto (§. 10.), che condotto il diametro, che è perpendicolare alla linea del piano L Q (*Fig.* 30.), e prolungato oltre la parete incontri il punto della ſtazione S. Tutte le linee condotte da O alla circonferenza del

cir-

circolo I H formano la ſuperficie del cono, che viene ſegata dalla parete in h i. Ora ſe queſta ſezione foſſe antiparallela alla baſe, cioè ſe l' angolo O h i foſſe eguale all' angolo O I H, non v' ha dubbio, che ſi avrebbe in h i un circolo, che ſarebbe proſpettiva del circolo H I. Si alzi una linea perpendicolare nel punto H, che incontri il raggio principale O F in T. Giacchè ſi vuole, che l' angolo O h i ſia eguale all' angolo O I H, ſarà pure O I H eguale ad O H T; onde ſaranno ſimili i due triangoli O I S; O H T, e però proporzionali i lati S I : S O : : H T : T O; ma S O è eguale ad H T, e T O è eguale ad H S; dunque ſaranno continuamente proporzionali le ſeguenti linee S I, S O, S H, lo che dimoſtra, che la ſezione ſarà antiparallela, ſe l' altezza dell' occhio ſia media proporzionale tra le due diſtanze del punto S della ſtazione dai punti eſtremi del diametro H I.

12 Perchè i proſpettivi anno per legge di non porre l' altezza dell' occhio maggiore della diſtanza di eſſo dalla parete, e ciò per isfuggire certi inconvenienti, de' quali parleremo in altro luogo, il caſo poc' anzi eſpoſto non potrà ſuccedere in pratica, giacchè O S altezza dell' occhio ſi è trovata maggiore di S H, che eccede la diſtanza dell' occhio dalla parete. Pure non ſarà inutile l' avere avvertito, che un circolo, il quale non ſia poſto in ſituazione parallela alla parete, può non oſtante rimanere circolo in proſpettiva; e chi ſupponeſſe il dato circolo I H non già diſteſo ſul piano geometrico, ma con certa inclinazione, che procureremo ora di ſtabilire, allora potrebbe accadere, che la proſpettiva foſſe circolo, ſenza che ſi veniſſe a contravvenire ad alcuna di quelle regole, che vengono preſcritte da' pratici.

13 Sia un cono ſcaleno O I H (*Fig.* 31.) formato ſopra un circolo, che abbia per diametro la linea I H. Sia l'altezza O S, o la perpendicolare condotta dal vertice O ſopra il piano del circolo. Condotta poi per S, e per il centro della baſe la linea I S, col diametro H O ſi deſcriva un circolo, il quale paſſerà neceſſariamente pel punto S, giacchè è retto l'angolo in S. Si deſcriva nel ſemicircolo H T O una corda O T, che faccia col diametro in O un angolo eguale ad I O S, e ſi congiunga H T, per cui paſſando un piano retto al triangolo O I H ſi avrà la ſezione antiparallela, giacchè l'angolo T H O riſulta eguale all'angolo H I O. Con queſta coſtruzione ſi apre un campo facile di diverſificare a ſuo piacimento il problema cangiando i dati per rinvenire quelle quantità, che ſi avranno per incognite. Ma noi laſcieremo queſte rifleſſioni a chi ſtudia, e ci accoſteremo alla pratica cercando di diſporre gli oggetti, affinchè nella proſpettiva ſegua il caſo della ſezione antiparallela. E prima ſi rifletta, che qualunque altra ſezione parallela ad H T ſarà circolare nel cono, e che però eſſendo il circolo obbiettivo in H I, e l'occhio in O poſſiamo fingere la parete in F B, purchè ſia parallela ad H T. Conſervando le linee quel rapporto, e quella diſpoſizione, che loro abbiamo aſſegnata, ſe intenderemo che tutta la figura ſi raggiri intorno alla linea O T, ſebbene cangi di ſituazione il piano del circolo I H, avremo non oſtante in B F la ſezione antiparallela, e però circolare. Supponiamo il diametro I H in ſituazione orizzontale, come ſono i diametri degli archi, che ſi formano ſopra i pilaſtri. Per le coſe dette ſarà H I nel piano ſteſſo orizzontale, che paſſa per l'occhio, ſarà B F la linea orizzontale, F il punto principale, e O F la diſtanza dell'

dell' occhio. Con queſti dati, e coll' angolo IBF della inclinazione del piano del circolo colla parete facendoſi la coſtruzione in quel modo, che ſogliono praticare i diſegnatori, ſi potrà far prova colla eſperienza di ciò, che ſi è dimoſtrato colla ragione.

14 Succedendo ſpeſſe volte nelle architetture, che molti archi ſieno diſpoſti in modo, che i loro diametri ſi trovino in una ſteſſa linea retta, dimoſtreremo ora, che ſe uno di eſſi ritiene nella proſpettiva la figura di circolo, come ſi è detto di IH, quelli che a lui ſuccedono da una parte divengono elliſſi tali, che l' aſſe maggiore ſi addatta alla linea orizzontale, e quelli che a lui ſuccedono dall' altra parte anno l' aſſe minore ſulla medeſima linea. Quando ſi è parlato del cono (§.10.), e della ſezione antiparallela, ſi è avvertito, che ſe l' angolo della ſezione col lato del cono è o maggiore, o minore di ciaſcuno degli angoli alla baſe, l' aſſe ſopra il triangolo del cono è il maggiore; e ſe il predetto angolo foſſe maggiore di uno, e minore dell' altro, l' aſſe ſopra il triangolo ſarebbe il minore. Nelle circoſtanze, in cui ſiamo, dovrà ſuccedere queſta apparenza, perchè preſa HG come diametro di un altro ſemicircolo, e condotta OG l' angolo Ohg, che fa la ſezione della parete col lato del cono OH è maggiore di ciaſcuno degli angoli alla baſe H, G. Imperocchè eſſendo Ohg maggiore di Oih per eſſere quello eſterno, e queſto interno, ed eſſendo Oih per coſtruzione eguale ad OHI, ſarà Ohg maggiore di OHI; ma OHI è maggiore di OGH, il quale è interno, e l' altro eſterno; dunque Ohg è maggiore di OGH. E' pure manifeſto, che il predetto angolo Ohg è eſterno riſpetto all' angolo in H del triangolo hBH, e perciò di lui maggiore. Chi prolungaſſe HI dall' altra par-

te prendendo I R per diametro di un altro ſemicircolo, con un diſcorſo ſimile ſi proverebbe, che l' angolo della ſezione ſarebbe e maggiore di uno, e minore dell' altro angolo della baſe, e che però l' aſſe minore della elliſſe cadrebbe ſulla orizzontale B F. Queſte coſe non avvertite dai pratici potrebbero talvolta condurli in errore, maſſimamente ſe troppo ſi fidano della loro immaginazione. Noi pure gli avvertiremo, che nel prepararſi le miſure, che ſi richieggono, per ottenere nei circoli quelle apparenze, delle quali abbiamo ora ragionato, ſcelgano tali miſure, per le quali l' angolo, che fa O G col raggio principale O F non ecceda quella grandezza, che ſogliono preſcrivere i pratici, affine di non incorrere in quelle deformità nel diſegno, che procurano eſſi di sfuggire, e delle quali parleremo in altro luogo.

15 Due ſono le maniere ſicure di non errare nel diſegno. L' una conſiſte nell' eſeguire la proſpettiva di tanti punti del dato circolo, e così vicini tra loro, che togliendoſi qualunque arbitrio al diſegnatore, reſti la curva baſtantemente indicata; l' altra ſuppone una qualche regola di deſcrivere la elliſſe eſſendo dato un certo numero di punti. La prima di queſte due maniere altro non eſige, che lunga briga, e pazienza in chi opera, e l' altra ſuppone una qualche cognizione de' metodi geometrici, la quale acquiſtata che ſiaſi una volta, riſparmierà quella molta fatica, che vi vorrebbe in ogni operazione. Onde parendomi per queſta ragione da anteporſi la ſeconda maniera alla prima, inſegnerò come traſportati ſulla parete tre ſoli punti di un circolo, ſi deſcriva ſpeditamente quella elliſſe, che ne è la proſpettiva.

16 Già è noto, che dati tre punti, che non ſieno

di-

diſpoſti in linea retta, infinite ſono le elliſſi, che per eſſi ſi ponno deſcrivere; ma ſe ſi aggiunge queſta condizione, che due dei punti dati ſieno i punti eſtremi di un diametro, e il terzo punto ſia uno degli eſtremi del diametro conjugato (ſi ſpiegherà fra poco ciò, che s' intenda per diametro conjugato) allora ſarà una ſola la elliſſe, e queſta ſi deſcriverà nel ſeguente modo. Sieno dati i tre punti A, B, C (*Fig.* 32.), e ſi congiungano con una linea i due A, B eſtremi di un diametro. Si divida per metà A B in E, e ſi tiri E C; ſi conduca dal punto C la perpendicolare C D, e ſi prolunghi fino in H di modo che ſia C H eguale ad A E. Per E, e per H ſi tiri una retta linea, che formerà quattro angoli colla A B, dentro i quali facendoſi ſcorrere una riga L Q eguale ad H D, e diviſa in M così che ſia Q M eguale ad H C, il punto M col ſuo moto continuato deſcriverà la ricercata elliſſe A C B. Veggaſi la dimoſtrazione nel libro II. prop. XIII. delle ſezioni coniche dell' Hoſpital.

17 Per valerci di queſto metodo nella proſpettiva non baſta ſegnare ſulla parete tre punti, che corriſpondano a tre punti del dato circolo, ma biſogna ſcegliere tre punti nel circolo, che in proſpettiva ſieno punti eſtremi di due diametri conjugati. Nè giova al noſtro intento ſcegliere due punti diametralmente oppoſti nel circolo, perchè ſuccederebbe il più delle volte, anzi ſuccederebbe ſempre, fuorchè in un caſo ſolo, che ſi aveſſero due punti eſtremi di una corda, e non già di un diametro della elliſſe. E che ſia vero, immaginiamoci un cono, ſu cui ſia fatta una ſezione ellittica, e immaginiamoci in eſſo un triangolo fatto ſopra un diametro del circolo, che è baſe del cono. Giacchè queſto triangolo non divide per metà la elliſ-

ſe,

ſe, ſe non quando ſia perpendicolare al piano di eſſa, il diametro del circolo non può corriſpondere ad un diametro della elliſſe fuori del caſo, che i due piani del triangolo, e della elliſſe facciano angoli retti fra loro.

18 Affine di ben comprendere l' artificio di ſcegliere i tre punti nel circolo, gioverà premettere alcune rifleſſioni. In qualunque elliſſe condotte due tangenti a due punti, che ſieno diametralmente oppoſti, eſſe ſono parallele fra loro; e per lo contrario ſe due tangenti ſaranno tra loro parallele, congiunti i punti dei contatti con una linea paſſerà queſta pel centro, e però ſarà diametro dell' elliſſe. Che ſe deſcriveremo un altro diametro, che ſia parallelo alle due tangenti, queſto conforme il linguaggio dei geometri ſi chiama il diametro conjugato dell' altro, che termina ai punti del contatto. In oltre biſogna avvertire, che eſſendo condotta la tangente a un circolo, fatta la proſpettiva non ſolo del circolo, ma ancora della tangente, ſi avrà nella parete una linea retta, che ſarà eſſa pure tangente della elliſſe, o di quella curva, che ſarà proſpettiva del circolo. La ragione ſi è, perchè altro non eſſendo la tangente di qualunque curva ſe non un latercolo prodotto, e la proſpettiva di un circolo eſſendo l' aggregato delle proſpettive di ciaſcun latercolo, ne ſegue, che la tangente del circolo traſportata ſulla parete rimanga un latercolo prodotto della nuova curva, che ſi genera, cioè una tangente di eſſa.

19 Sia pertanto un circolo B A B diſegnato ſul piano geometrico (*Fig.* 33.), in cui L Q è linea del piano, F il punto principale. Sia condotta una linea G H parallela ad L Q, e tanto lontano da eſſa, quanta è la diſtanza dell' occhio dalla parete. Si tirino due tangen-

gen-

genti al circolo ciaſcuna delle quali ſia parallela alla linea L Q, e queſte ſi avranno nei punti B, B il più lontano, e il più vicino alla parete. Si deſcriva il diametro B B, e ſi prolunghi fino che incontri la G H in un qualche punto G, e da G ſi tiri una tangente al circolo. Queſta tangente non ſervendo ad altro, che a determinare il punto A nella periferia del dato circolo, invece di deſcriverla tornerà più comodo dividere C G per metà, e fatto centro nel punto di mezzo col raggio eguale alla metà di C G deſcrivere un arco di circolo, che tagliando B A B in A determina il punto, ove la linea condotta da G tocca il circolo. Cerchiſi la proſpettiva dei tre punti B, A, B, e ſia in b, a, b. Perchè i punti b, b ſono i punti eſtremi di un medeſimo diametro nella elliſſe da diſegnarſi, come ora dimoſtreremo, e il punto a è un eſtremo del diametro conjugato, valendoci del metodo poc' anzi ſpiegato, deſcriveremo la elliſſe, che ſarà proſpettiva del dato circolo. Per reſtar convinti, che b b ſia diametro della elliſſe baſta riflettere, che ſe ſi faceſſe la proſpettiva delle due tangenti al circolo B, B, ſarebbero eſſe tangenti all' elliſſe in b, b, e ſarebbero tra loro parallele, eſſendo ſtato dimoſtrato (§. 6. *Sez.* II.), che due linee parallele alla parete come B, B rimangono parallele in proſpettiva. Che poi ſia a un punto eſtremo del diametro conjugato, ſi prova con ciò, che la tangente all' elliſſe condotta per a non può a meno di non eſſere parallela al diametro b b, giacchè (§. 3. *Sez.* IV.) le loro linee obbiettive ſono convergenti a un punto G di quel piano, che paſſa per l' occhio, e che è parallelo alla parete.

2o Supporremo ora il circolo in una poſizione verticale, come ſtanno in architettura gli archi ſopra i pi-

pilaſtri. Sul piano geometrico ſieno (*Fig.* 34.) ſegnate le piante in B, B di due pilaſtri, che ſoſtengono un arco eguale al ſemicircolo, e ſia pianta di eſſo la linea B B eguale al diametro. Sieno poi le altre linee deſcritte come nella precedente figura. Per eſecuzione del propoſto metodo biſogna in primo luogo ſcegliere nel ſemicircolo due punti tali, che condotte per eſſi le tangenti, ſieno queſte parallele al piano della parete. Poichè però ſi ſuppone il ſemicircolo verticale, egli è manifeſto, che i due punti eſtremi del diametro avranno le tangenti quali ſi ricercano; onde traſportati ſulla parete daranno nella ellifſe proſpettiva due punti diametralmente oppoſti. Per ſtabilire il terzo punto ſi deſcriva ſul piano geometrico il ſemicircolo B A B, e prolungato il diametro B B, finchè incontri G H in G, ſi tiri dal punto G la tangente al ſemicircolo. Il punto del contatto così ritrovato determina il terzo punto, che ſi cerca. Nè oſta a ciò, che il ſemicircolo ſiaſi deſcritto nel piano geometrico; imperocchè ſe fingeremo, che eſſo ſi aggiri intorno al diametro B B, e con eſſo la tangente G A, finchè ſi ottenga la poſizione verticale, ſarà ſempre vero, che la tangente in A concorra col diametro B B in un punto di quel piano, che paſſa per l' occhio, e che è parallelo alla parete; onde fatta la proſpettiva del punto A, ſupponendo il circolo verticale, ſi avrà un punto eſtremo del diametro conjugato. Se il dato ſemicircolo inſiſteſſe ſul piano geometrico, ſarebbe I pianta del punto A, ed I A altezza. Quando poi ſi ſupponga l' arco collocato in alto, ſiccome il dimoſtra la preſente figura, altro artificio di più non ſi richiede, che quello di aggiungere all' altezza del diametro B B la ordinata A I per avere l' altezza del punto A. Trovati ſulla parete i tre punti

ti b, a, b ſi deſcriva col diametro b b, e col punto eſtremo a del diametro conjugato la ſemielliſſe, e ſi avrà la proſpettiva del dato ſemicircolo. Trattandoſi di un arco ſolido, che è terminato da due ſemicircoli, ſe ſi farà del ſecondo ciò, che ſi è fatto del primo con quelle avvertenze di omettere le linee, che reſtano occulte all' occhio, niente rimarrà da deſiderare per ciò, che ſi aſpetta alla proſpettiva dell' arco.

21 Vale lo ſteſſo metodo per diſegnare la proſpettiva di qualunque elliſſe, che o giaccia ſul piano geometrico, o ſia ad eſſo perpendicolare; anzi atteſe le coſe dette può facilmente dedurſi una ſoluzione di queſto problema propoſto in termini più generali. Immaginiamo o un circolo, o una elliſſe ſituata in qualſivoglia modo riſpetto al piano geometrico; e ſia O G H (*Fig.*35.) quel piano, che paſſa per l' occhio, e che è parallelo alla parete, la quale non viene indicata nella figura, perchè ſenza di eſſa s' intenderà abbaſtanza ciò, che ſiamo per dire. Si tirino due tangenti B H, B H, che s' incontrino in un punto H del predetto piano, e ſi deſcriva la corda B B, prolungandola fino a che incontri il piano in un punto G. Da G ſi tiri la tangente G A. Fatta queſta coſtruzione i tre punti B, A, B poſti in proſpettiva danno tre punti ſulla parete, che anno la condizione ricercata. In fatti le due tangenti B H, B H per eſſere convergenti a un punto del piano H O G diverranno in proſpettiva parallele, e però i due punti corriſpondenti ai B, B ſaranno gli eſtremi di un diametro. Per la ſteſſa ragione le due linee G A, G B diverranno in proſpettiva parallele, e però il terzo punto avrà per tangente una linea parallela al diametro già deſcritto, onde ſarà un punto eſtremo del diametro conjugato. Queſte rifleſſioni potrebbero ancora giovar

molto a chi doveſſe mettere in proſpettiva le altre curve delle ſezioni coniche, maſſime quando foſſe la loro proſpettiva o un circolo, o una ellifſe, ma non eſſendo d' alcun uſo a quelli, che attendono alla pratica, le laſcieremo ai geometri, e ci contenteremo di quanto abbiamo ſpiegato nella preſente Sezione.

SE-

SEZIONE VII.

Della Proſpettiva de' corpi regolari.

1 CO*rpo o ſolido regolare* ſi chiama quello, che ha tutti i lati, e tutti gli angoli eguali. I geometri dimoſtrano non potere eſſere eguali gli angoli, e i lati, ſenza che ſieno equilatere, equiangole, ed eguali le figure, che compongono la ſuperficie. Per cagione di queſta egualianza ponno i corpi regolari iſcriverſi, e circoſcriverſi ad una sfera, come appunto ſuccede delle figure regolari, le quali ſono capaci di eſſere al circolo iſcritte, e circoſcritte. Queſte ſono di ſpecie infinite, ma i corpi, o ſolidi regolari ſono riſtretti al numero di cinque. Volendo io trattare di queſti corpi per conto della proſpettiva, gioverà prima d' ogni altra coſa il conſiderare come ciaſcuno di loro ſia coſtrutto, ed eſaminare quelle principali proprietà, per le quali eſſi abbaſtanza ſi diſtinguono dagli altri corpi. Anzi io conſiglierei chi ſi applica a queſto ſtudio, il procurarſi tai corpi in rilievo, perchè avendoli ſotto gli occhi, ſenza fatica della immaginazione chiare ſi renderanno le idee di ciò, che proporremo, e che ſenza un tale ajuto potrebbe riuſcire alquanto difficile da comprenderſi, maſſimamente da quelli, che poco eſercizio anno di geometria.

2 Il più ſemplice fra corpi regolari è la piramide triangolare, ed equilatera che diceſi *tetraedro (Fig.36.)*. Eſſa reſta d' intorno chiuſa da quattro facce, o piani triangolari. Due altri corpi anno le facce triangolari, cioè l' *ottaedro (Fig. 38.)*, e l' *icoſaedro (Fig. 41.)*; il primo ne contiene otto, e il ſecondo venti. Uno ve n'ha

composto di sei quadrati detto perciò *esaedro*, e comunemente cubo (*Fig.* 39.). E finalmente quel solido, che si forma con dodici pentagoni, dicesi *dodecaedro* (*Fig.*42.). Il tetraedro ha tanti angoli quante sono le facce, le quali abbiamo detto essere quattro. Gli altri solidi a due a due si permutano il numero delle facce, e degli angoli. L' ottaedro ha sei angoli quante sono le facce del cubo, il quale contiene otto angoli, essendo altrettante le facce dell' ottaedro. L' icosaedro ha dodici angoli, e appunto dodici sono le facce del dodecaedro, il quale contiene venti angoli, quante abbiamo detto essere le facce dell' icosaedro. Con queste notizie sarà facile il determinare il numero de' lati di ciascun solido, il qual numero dipende e dal numero de' lati, che chiudono la figura, che è faccia del solido, e dal numero delle facce, avvertendo però, che ciascun lato serve a due facce. Per la qual cosa se si moltiplicherà il numero de' lati della figura per il numero delle facce, e questo prodotto si dividerà per due, risulterà il numero cercato de' lati. Per esempio essendo il dodecaedro chiuso da dodici pentagoni, sarà il numero 5 quello de' lati della figura, il quale moltiplicato per 12 numero delle facce darà 60, e questo diviso per 2 darà 30, onde conchiuderemo essere 30 i lati del dodecaedro. Con questa regola troveremo, che il tetraedro ha sei lati, che l' ottaedro, e il cubo anno dodici lati, e che l' icosaedro, e il dodecaedro ne anno trenta.

3 Immaginiamo ora uno di que' cinque solidi, qualunque sia, iscritto ad una sfera. E' già noto, che quel punto, che è centro della sfera, è parimente centro del solido, di cui gli angoli vanno a terminare alla superficie della sfera. E' parimente noto, che tagliandosi in qualsivoglia modo la sfera con un piano, la sezione è sem-

pre

pre circolo, il quale diviene maggiore, o minore ſecondo che il piano ſecante paſſa più da vicino, o da lontano dal centro. Allorchè il piano paſſa pel centro, il circolo diceſi maſſimo, e diceſi minore il circolo, ſe il piano non incontra il centro. Qualunque faccia del ſolido può riguardarſi come un piano, il quale avendo qualche diſtanza dal centro, prolungato che ſia da ogni parte, taglierà la sfera in un circolo minore. A queſto circolo rimane iſcritta la figura, che è faccia del ſolido, giacchè la ſezione vien fatta dal piano della ſteſſa figura, che va a terminare alla ſuperficie della sfera.

4 Conviene avvertire, che il ſolo tetraedro è di natura ſua talmente coſtrutto, che a ciaſcun angolo vi ſi oppone una faccia, e a ciaſcuna faccia reſta oppoſto un angolo; ond'è che ſe immagineremo una linea, che parta da un angolo, e che paſſi pel centro della sfera, a cui è iſcritto il tetraedro, prolungata che eſſa ſia, andrà a cadere perpendicolarmente ſopra una faccia. Negli altri corpi qualunque angolo è diametralmente oppoſto ad un altro angolo, e qualunque faccia è diametralmente oppoſta ad un'altra faccia, eſſendo queſte tra loro parallele. Supponendoſi ciaſcuno di queſti ſolidi collocato ſopra un piano orizzontale, di maniera che una faccia ſi addatti ad eſſo piano, e ſia baſe del ſolido, la ſola piramide, o tetraedro avrà nella cima un angolo, e gli altri ſolidi avranno un piano parallelo a quello della baſe. Premeſſe queſte poche rifleſſioni paſſeremo a trattare di ciaſcun ſolido in particolare inſegnando il modo di farne la proſpettiva.

5 Abbiaſi il diametro V H della sfera (*Fig. 36.*), a cui ſia iſcritto un tetraedro. S'intenda fatta una ſezio-

zio-

zione nella sfera con uno di que' piani, che sono faccia del tetraedro, e sia questa sezione in E F. Dunque un circolo, che abbia per diametro E F, sarà capace di un triangolo equilatero eguale alla base del tetraedro, il quale avendo un angolo solido diametralmente opposto alla base, dovrà esso cadere nel punto estremo V del diametro perpendicolare alla sezione, e però G V sarà l' altezza del tetraedro. E perchè possiamo fingere, che il triangolo iscritto nel circolo, che ha per diametro E F, e che è base del solido, abbia un angolo nel punto E, condotta E V sarà questa un lato del tetraedro. Dico ora che prendendosi G H eguale alla terza parte del diametro V H, la sezione in E F sarà capace di un triangolo, o di una faccia del tetraedro, siccome si raccoglie da ciò, che Euclide insegna prop. XIII. lib. III. de' solidi. Pertanto se vorremo costruire la pianta di questo solido iscritto in una data sfera V E H F, e preparare tutto ciò, che al disegno è necessario; presa G H terza parte del diametro, e condotta la perpendicolare E F si descriva un circolo col raggio A C eguale ad E G, e iscrivasi in esso un triangolo equilatero A, il quale per ciò, che si è detto, avrà ciascun lato eguale alla linea E V. Si faccia la prospettiva di questo triangolo, e in oltre si cerchi la prospettiva di un punto, che abbia per pianta il centro del circolo C, e per altezza una linea eguale alla linea G V. Trovato questo punto sulla parete, e condotte le linee, che mostra la figura, a ciascun angolo del triangolo già descritto, sarà compita la prospettiva del tetraedro.

6 Prima di trattare degli altri solidi si vuole premettere un teorema, che serve a trovare speditamente il raggio di un circolo capace di contenere un dato trian-

triangolo equilatero. Dimoſtra Euclide lib. III. de' ſolidi prop. XII. eſſere il lato del triangolo equilatero triplo in potenza del raggio del circolo circoſcritto, cioè a dire il quadrato del primo eſſere triplo del quadrato del ſecondo. Poſto ciò ſi deſcriva un ſemicircolo con qualſivoglia diametro AB (*Fig.* 37.), e ſi diſtenda come corda il lato AD del dato triangolo, e tiriſi l'ordinata CD. Si prenda la terza parte di AC, e ſia queſta AE. In E ſi alzi l'ordinata EF, e congiungaſi AF, la quale ſarà eguale al raggio del circolo, che ſi cerca. Per dimoſtrare ciò baſta provare, che poſta queſta coſtruzione il quadrato di AD ſia triplo del quadrato di AF. Infatti eſſendo il quadrato di AD eguale al rettangolo di AB×AC, e il quadrato di AF eguale al rettangolo di AB×AE, ed eſſendo la ragione di queſti rettangoli la ſteſſa, che quella delle linee AC, AE, avranno parimente i quadrati la ragione delle linee AC, AE; ma per coſtruzione AC è tripla di AE; dunque ancora il quadrato di AD è triplo del quadrato di AF. Se ſi trattaſſe di cercare il raggio di un circolo capace di un dato quadrato, giacchè il quadrato iſcritto è doppio del quadrato del raggio, egli è evidente, che in tal caſo ſi dovrebbe prendere AE eguale alla metà di AC.

7 Sia HV (*Fig.* 38.) un diametro della sfera, a cui s' intenda iſcritto l'ottaedro. Dimoſtra Euclide lib. III. de' ſolidi prop. XIV. eſſere il lato di eſſo eguale alla corda di gradi 90 di un circolo maſſimo della sfera VPH. Dividaſi il diametro HV in R di maniera che ſia HR la ſeſta parte del diametro, oppure, che è lo ſteſſo, la terza parte del raggio. Si tiri l'ordinata RP, e la corda HP. Queſta ſarà eguale al raggio del circolo capace di un triangolo equilatero fatto ſopra

la corda di gradi 90 per il teorema antecedente; e perchè la corda di gradi 90 è lato dell' ottaedro, il raggio H P ci somministra quel circolo, che nasce nella sfera per la sezione di un piano, che sia faccia dell' ottaedro. Pongasi la linea H P ad angoli retti col diametro in H Q, e si alzi in Q la perpendicolare, che tagli il circolo ne' punti E, M. Per E, M s' intendano condotti nella sfera due piani E F, M N perpendicolari al diametro, i quali formeranno nella sfera due sezioni circolari, parallele, ed eguali, delle quali ciascuna sarà capace di un triangolo dell' ottaedro avendo per semidiametro una linea eguale ad H Q. Per la qual cosa supponendosi, che una faccia dell' ottaedro iscritto nella data sfera si addatti al piano E F, la faccia opposta si troverà necessariamente sul piano M N, e preso per base del solido il piano E F, sarà l' altezza di esso eguale alla linea E M. Sebbene i triangoli opposti nel solido sieno piani paralleli, non sono però similmente posti, poichè se nel piano inferiore fingiamo, che un angolo del triangolo cada in E, nel piano superiore non potrà cadere in M, ma bensì in N, dovendo essere per quello, che si notò da principio, diametralmente opposti gli angoli nel solido. Questa avvertenza gioverà per la icnografia, che ora intraprenderemo. Con semidiametro eguale ad H Q si descriva sul piano geometrico un circolo, che sarà pianta de' due circoli fatti nella sfera per le due sezioni E F, M N. Se ne divida la circonferenza in sei parti, e sopra tre divisioni si formi il triangolo equilatero A. Prendendosi esso per base dell' ottaedro, colle altre tre divisioni si avrà un altro triangolo equilatero B, che sarà pianta del triangolo opposto alla base, giacchè debbono detti triangoli incrocicchiarsi per la opposizione, che abbiamo

mo detta degli angoli ſolidi. Se poi dagli angoli di un triangolo ſi condurranno linee rette agli angoli proſſimi dell' altro triangolo, ſarà compita tutta la pianta del ſolido, in cui ſarà facile il riconoſcere gli otto triangoli corriſpondenti a ciaſcuna faccia. Si traſporti ſulla parete la baſe A con gli uſati metodi di proſpettiva, e poſcia il triangolo B, che ha ſopra il piano geometrico un' altezza eguale alla linea E M. Deſcritti queſti due triangoli, e congiunte le linee, che dagli angoli del piano ſuperiore vanno agli angoli dell' inferiore, ſarà compita la proſpettiva dell' ottaedro, come ſi vede nell' anneſſa figura.

8 Per deſcrivere il cubo in proſpettiva non abbiſogna alcuno particolare artificio. Solamente richiede il buon ordine, che ſi dimoſtri il rapporto, che ha il lato di eſſo col diametro della sfera, a cui è iſcritto, ſiccome abbiamo fatto degli altri corpi regolari. Sia un cerchio maſſimo della sfera V P H (*Fig.* 39.), e deſcritto un diametro V H ſe ne prenda la terza parte H R; indi condotta l' ordinata R P, e la corda H P ſarà queſta eguale al lato del cubo (*Euclid. prop. XV. lib. III. de' ſolidi*). Dividaſi H R per metà nel punto E. La corda corriſpondente H F ſarà per la dimoſtrazione (§. 6.) eguale al raggio del circolo capace di un quadrato, che abbia per lato la linea H P, e però H F ſarà eguale al raggio di quella ſezione, che ſi farebbe nella sfera con una faccia del cubo. Ora non ſarà inutile il riflettere, che eſſendo H E la ſeſta parte del diametro, la coſtruzione, che ſerve ora per il cubo affine di determinare il raggio di quella ſezione della sfera, in cui trovaſi una faccia di eſſo cubo, è affatto la ſteſſa, che ha ſervito per l' ottaedro; onde ſi rende manifeſto, che queſti due ſolidi iſcritti ad una sfera anno la facce

ad eguali diſtanze dal centro, e però diremo di loro ciò, che Euclide dimoſtra dell' icoſaedro, e del dodecaedro, cioè che eſſendo iſcritti alla medeſima sfera poſſono ad una ſteſſa sfera eſſere circoſcritti. Conchiuderemo parimente, che eſſendo le facce dell' ottaedro, e del cubo ad eguale diſtanza dal centro della sfera, ſaranno eguali le diſtanze de' piani oppoſti; e l' altezza dell' uno eguale all' altezza dell' altro. Ciò ci ſomminiſtra un metodo facile per deſcrivere in proſpettiva l' ottaedro ſenza ricorrere alla sfera, a cui è iſcritto; e ritornando alla figura 38 abbiaſi un triangolo A, che ſia baſe dell' ottaedro, e un altro triangolo B, che ſia pianta della faccia oppoſta. Per avere l' altezza della faccia B ſopra il piano geometrico ſi cerchi la corda di gradi 90 del circolo AB, a cui ſono iſcritti i predetti triangoli. Queſta corda eſſendo il lato del quadrato, di cui è capace il circolo AB, ſarà parimente il lato del cubo, la cui altezza è eguale a quella dell' ottaedro.

9 Molto più compoſta delle precedenti ſarà la coſtruzione dell' icoſaedro a cagione del maggior numero degli angoli ſolidi. Noi determineremo in primo luogo il lato di eſſo eſſendo dato il diametro della sfera. Sia AB (*Fig.* 40.) il diametro della sfera, ed AC eguale al ſemidiametro, e ſieno queſte due linee ad angoli retti. Si congiunga CB, e in eſſa ſi tagli CD eguale a CA, e tiriſi AD, che ſarà il lato cercato dell' icoſaedro (*Euclid. prop. XVIII. lib. III. de' ſolidi*). Trovata AD per avere il raggio del circolo capace di un triangolo equilatero fatto ſopra AD, ſi deſcriva col centro C, e col ſemidiametro CA eguale a CD un arco di circolo, e ſi tiri l' ordinata DL; indi preſa AF terza parte di AL ſi alzi l' ordinata FE, e ſi deſcriva la corda AE, la quale ſarà eguale al raggio del circo-

lo

lo (§. 6.). Per la qual cosa se nella data sfera intenderemo fatta una sezione, che abbia per raggio la linea AE, cadrà essa a quella distanza dal centro della sfera, in cui trovasi un piano, o faccia dell' icosaedro. Sia per tanto HV (*Fig.* 41.) il diametro della data sfera, e pongasi ad angoli retti in HQ una linea eguale al raggio trovato del circolo capace del triangolo dell' icosaedro, e in Q si alzi una perpendicolare, per cui si avranno nella sfera due punti E, M, per i quali condotti due piani EF, MN ad angoli retti col diametro VH, ne verranno due sezioni capaci del triangolo dell' icosaedro; onde se supponiamo, che una faccia cada in EF, dovrà la faccia opposta cadere sul piano MN, e se si prende la faccia in EF come base del solido, sarà l' altezza eguale alla linea EM. Sebbene nella pianta i due circoli EF, MN formino un solo circolo, non succederà però lo stesso ai triangoli iscritti, i quali dovranno incrocicchiarsi tra loro per la stessa ragione, che abbiamo detto trattando dell' ottaedro. Egli è pure manifesto, che se avremo un angolo nel punto E, dovrà un altro angolo cadere nel punto opposto N. Prendasi ora il lato trovato dell' icosaedro, e stendasi sulla circonferenza del circolo in EP, come pure in NS. Con questa costruzione restano determinati due altri punti nella sfera P, S, ove cadono due angoli del solido iscritto, del che ciascuno resterà facilmente persuaso riflettendo in qual modo sieno nel solido disposti i lati intorno a ciascun angolo. Per i due punti P, S si facciano nella sfera due sezioni PR, OS parallele alla base. Queste incontreranno gli altri angoli dell' icosaedro. Imperocchè essendosi determinato l' angolo solido P, come ancora l' angolo solido S col descrivere una linea EP, oppure NS

eguale al lato dell' icoſaedro, e che parte da un angolo E della baſe, oppure da un angolo N del piano oppoſto; ſe intenderemo fatta la ſteſſa coſtruzione riſpetto a ciaſcun angolo della baſe, o del triangolo ad eſſa oppoſto, è chiaro, che nella ſezione PR, come pure nella OS dovranno trovarſi tre angoli ſolidi diſtribuiti ad eguali intervalli; ma noi ſappiamo eſſere dodici gli angoli dell' icoſaedro; dunque non è poſſibile avere altro angolo ſolido oltre a quelli, che abbiamo detto cadere nelle quattro ſezioni EF, MN, PR, OS. Le due ſezioni PR, OS eſſendo eguali, e parallele, dovranno confonderſi inſieme nella pianta, e rappreſentarſi con un ſolo circolo, come interviene alle altre due ſezioni EF, MN. Laonde ſe deſcriveremo due circoli concentrici A, D, uno con diametro eguale ad EF, e l' altro con diametro eguale a PR, ſarà certo, che la pianta di ciaſcun angolo dovrà cadere ſulla periferia di uno di queſti circoli. Conviene pure riflettere, che qualunque circolo maſſimo della sfera come VPHR, che ſia retto ſopra la baſe del ſolido, ſi trasforma nella pianta in una linea retta, che paſſa pel centro dei circoli già deſcritti; onde qualunque linea retta, che giaccia ſul piano del detto circolo maſſimo, avrà per pianta una linea, che prolungata dovrà paſſare pel centro. Premeſſe queſte rifleſſioni ſi deſcrivano i due triangoli A, B il primo de' quali ſia baſe del ſolido, e il ſecondo ſia pianta della faccia oppoſta. Da ciaſcun angolo di queſti triangoli ſi tirino altrettante linee rette AC, BD, che vadano a terminare alla periferia dell' altro circolo, e ſieno tutte dirette al centro. Egli è manifeſto per le coſe dette, che ciaſcuna di queſte linee corriſpondenti alle PE, NS &c. darà ſulla periferia del circolo eſteriore la pianta degli angoli

li ſolidi delle due ſezioni P R, O S. Che ſe vorremo compiutamente deſcritta la pianta dell' icoſaedro, altro a fare non reſta, che condurre per ciaſcun angolo le linee, che moſtra la figura. Stabilita la pianta troveremo facilmente per mezzo del circolo maſſimo della sfera l' altezza di ciaſcun angolo. Imperocchè eſſendo il triangolo B la pianta della faccia oppoſta alla baſe, ſarà l' altezza dei tre angoli B eguale alla diſtanza, che anno le due linee M N, E F. Cosi pure i tre angoli C, che appartengono nella sfera alla ſezione P R, avranno per altezza una linea eguale alla diſtanza delle due P R, E F; e finalmente i tre angoli D corriſpondenti alla ſezione O S avranno per altezza una linea eguale alla diſtanza delle due O S, E F. Con ciò reſta ſtabilito quanto abbiſogna per deſcrivere l' icoſaedro.

10 Con metodo non diſſimile dall' antecedente intraprenderemo a deſcrivere il dodecaedro. Inſegna Euclide (*prop. II. lib. IV. de' ſolidi*), che il medeſimo cerchio comprende il pentagono del dodecaedro, e il triangolo dell' icoſaedro iſcritti alla medeſima sfera; dal che ſi raccoglie, che le facce dell' uno, e dell' altro ſolido anno la ſteſſa diſtanza dal centro, e che la ſteſſa coſtruzione, che abbiamo fatta per l' icoſaedro affine di trovare i punti E, M, e le due oppoſte ſezioni E F, M N, ſervirà egualmente per il dodecaedro. Stabilite per tal modo le due ſezioni E F, M N (*Fig.* 42.) capaci di contenere il pentagono del dodecaedro, ſi deſcriva un circolo A B A B col diametro eguale ad E F, e ſe ne divida la circonferenza in dieci parti con que' metodi, che i geometri inſegnano; indi ſi deſcrivano i due pentagoni A, B, i quali ſebbene corriſpondono a due facce tra loro parallele, non ſi trovano però ſimil-

milmente posti per la ragione, che abbiamo altre volte accennato della oppoſizione degli angoli ſolidi. Deſcritti queſti pentagoni il lato di eſſi ſarà lato del dodecaedro; onde ſtendendo ſulla periferia del circolo maſſimo della sfera in EP, ed in NS il detto lato, verranno a determinarſi due angoli ſolidi P, ed S, e fatte nella sfera due ſezioni PR, OS parallele alla EF, oppure alla MN, ciaſcuna di eſſe incontrerà cinque angoli ſolidi, valendo le ſteſſe ragioni, che ſi ſono dette per l'icoſaedro. Per compire la pianta del ſolido ſi deſcriva nel piano geometrico un circolo concentrico al primo con diametro eguale a PR, il quale corriſpondendo alle due ſezioni PR, OS, dovrà contenere le piante di quegli angoli ſolidi, che ſi trovano in dette ſezioni. Per determinare queſti punti baſterà condurre da ciaſcun angolo A, B delle rette linee dirette al centro, poichè dove queſte incontreranno il circolo eſteriore, ivi ſi avrà la pianta dei predetti angoli. Deſcritte poi quelle linee, che moſtra la figura, ſarà compita la pianta del dodecaedro. Avremo in oltre l'altezza di ciaſcun angolo per mezzo della sfera. Imperocchè eſſendo i punti B le piante di que' cinque angoli ſolidi, che ſi trovano nella ſezione MN, ſarà l'altezza di ciaſcuno eguale alla diſtanza delle due ſezioni MN, EF; e parimente eſſendo i punti C le piante di quegli angoli, che appartengono alla ſezione PR, ſarà l'altezza di eſſi eguale alla diſtanza delle due ſezioni PR, EF; e finalmente gli angoli, che ſoprastanno ai punti D, e che ſi trovano nella ſezione OS avranno l'altezza eguale alla diſtanza delle ſezioni OS, EF.

11 Il metodo, che abbiamo tenuto per deſcrivere in proſpettiva i cinque corpi regolari, non comprende tut-

tutti i casi possibili, ne' quali potrebbero i problemi essere proposti; mentre dalle cose dette non apparisce in che modo dovesse regolarsi il prospettivo, quando il corpo non posasse con una sua faccia sul piano geometrico, ma giacesse sopra un piano inclinato, oppure si riguardasse il corpo come sospeso ad un filo, nel qual caso potrebbe esso naturalmente ricevere qualunque inclinazione. La ricerca in termini così generali sarebbe da principio riuscita troppo difficile; e per lo contrario io spero, che riuscirà molto facile dopo le cose spiegate, giacchè non abbisognano nuovi teoremi, e serve la stessa regola per ciascuno de' cinque corpi. Per tanto io prenderò a dimostrare come descrivasi l' ottaedro in prospettiva, qualunque sia la sua positura rispetto ad un piano orizzontale, e ciò basterà per far comprendere quello, che debba farsi per gli altri corpi regolari.

12 Sia in GK un piano orizzontale (*Fig.* 43.), a cui sia retto il piano del circolo massimo VEHF della sfera posta a qualsivoglia distanza dal piano GK. Si prenda ad arbitrio un diametro VH inclinato al piano GK, e si facciano nella sfera due sezioni perpendicolari ad VH capaci di contenere i due triangoli opposti dell' ottaedro (§. 7.). Stabiliti questi due piani EF, MN non perciò resta determinata nella sfera la positura del solido, poichè se faremo conto, che esso si aggiri intorno al diametro VH scorrendo gli angoli solidi sulla periferia dei due circoli, che anno per diametro EF, MN, in infinite maniere diverse si troverà situato dentro la sfera restando però compreso fra i due piani EF, MN. Dovendosi assegnare al solido una certa positura tra le infinite, che può avere fra i predetti due piani, sarà espediente valersi di quella figu-

gura, che da principio fu deſcritta, e che rappreſenta la pianta dell' ottaedro giacente ſul piano geometrico. In eſſa condotto un diametro qualunque X Z ſi dee far conto, che corriſponda al diametro E F, oppure M N, giacchè, come è noto, la ſezione, che ha per diametro E F oppure M N è eguale al circolo A B A B. Sopra X Z ſi tirino da ciaſcun angolo le perpendicolari A 1., A 2., A 3., e preſe nella precedente figura E 1. eguale ad X 1., E 2. eguale ad X 2., E 3. eguale ad X 3. verranno ſtabiliti i punti ſul diametro E F, ove cadono le perpendicolari da ciaſcun angolo della faccia iſcritta alla ſezione E F nella ſuppoſta ſituazione del ſolido. Nello ſteſſo modo condotte dagli angoli B ſopra X Z le perpendicolari B 4., B 5., B 6., ſi troveranno ſulla linea M N i punti 4., 5., 6., ove cadono le perpendicolari dagli angoli della faccia iſcritta nella ſezione M N. Per l' icoſaedro, e pel dodecaedro niuna altra differenza vi ſarà nella pratica di queſto metodo, ſe non quella, che eſſendo la pianta dell' uno, e dell' altro ſolido compoſta di due circoli concentrici, dovrà farſi in ciaſcuno dei circoli quello, che ora ſi è fatto per riguardo al circolo A B A. Ritornando alla ſfera egli è facile intendere, che le perpendicolari, che cadono dagli angoli ſulla E F, e ſulla M N eſſendo rette al piano del circolo maſſimo V E H F, è forza che ſieno parallele al piano orizzontale; per la qual coſa le linee 1. 1., 2. 2., 3. 3., 4. 4. &c. condotte perpendicolarmente dai punti 1., 2., 3., 4. &c. ſopra G K ſono miſura dell' altezza di ciaſcun angolo. S' intende ancor facilmente, che ſe ſul piano orizzontale ſi deſcriverà ad angolo retto colla G K nel punto 1. una linea eguale all' ordinata della ſezione, cioè eguale ad A 1., il punto eſtremo di eſſa linea ſi troverà a piom-

bo

bo ſotto l'angolo, e però ſarà pianta di eſſo. Veniamo ora alla pratica di queſto metodo. Si ſegni ſul piano geometrico una g k coi punti 1., 2., 3., 4. &c., che abbiano quella diſtanza fra loro, che anno nella linea G K. In 1. ſi tiri una perpendicolare eguale ad A 1., in 2. una perpendicolare eguale ad A 2., in 3. una perpendicolare eguale ad A 3. da quella parte riſpetto alla linea g k, ove cadono le ordinate nel circolo A B A B riſpetto al diametro X Z. Per le coſe dette i punti eſtremi di queſte perpendicolari daranno le piante degli angoli, che ſi trovano nella ſezione E F, ſecondo che eſige la ſuppoſta poſizione del ſolido. Facciaſi lo ſteſſo per gli altri punti 4., 5., 6., e ſi avranno le piante degli angoli, che appartengono alla ſezione M N. Per deſcrivere compiutamente la pianta del ſolido, converrebbe diſegnare diverſi triangoli ſopra i punti A, B notati ſul piano geometrico, ma ſi tralaſciano non eſſendo neceſſarii al rimanente della operazione, che potrà poi eſeguirſi colle ſolite regole di proſpettiva, giacchè ſono date le piante A, B degli angoli, e ſono date le altezze per mezzo delle linee 1. 1., 2. 2., 3. 3., 4. 4. &c. Anzi perchè in queſta operazione, come ancora in tutte le altre precedenti ſi tratta di cercare la proſpettiva di un punto ſuperiore al piano geometrico, potrebbe riuſcire comodo il metodo ſpiegato (§. 4. *Sez.* III.) per le ragioni addotte nell' articolo precedente della ſteſſa ſezione. Se mai s' incontraſſe qualche difficoltà nel diſtinguere tutte le linee, che dagli angoli A vanno agli angoli B potrà ſervire di regola la pianta eſpreſſa col circolo A B A B, in cui ſappiamo, che qualunque angolo A ſi congiunge con due linee ai due proſſimi angoli B, B; cioè il punto A, che ha per ordinata A 2. reſta congiunto ai due punti B, B, uno de' quali

ha per ordinata B 4., e l' altro B 6. Faccendoſi queſta rifleſſione ſulla pianta, che abbiamo ultimamente deſcritta, ſi vede toſto quali linee s' abbiano a condurre dai punti A ai punti B; e queſta ſteſſa rifleſſione ſervirà di guida per diſtinguere ſulla parete que' lati, che nell' ottaedro congiungono i due triangoli oppoſti A, B.

13 Per far uſo in un caſo particolare del metodo ſpiegato nel precedente articolo, facciamo conto, che foſſe propoſto da diſegnare l' ottaedro quale apparirebbe ſtando con un angolo ſul piano geometrico di maniera, che non inclinaſſe da alcuna parte. In primo luogo s' intenda condotta nella pianta eſpreſſa col circolo A B A B un diametro X Z per modo, che incontri due angoli oppoſti A, B; indi condotte dagli angoli le ordinate ſopra queſto diametro ſi notino i punti corriſpondenti ſulle due ſezioni E F, M N; con che ſi viene a ſupporre, che nella sfera un angolo del ſolido cada in F, e l' oppoſto in M. Tirando per F una tangente alla sfera, o ſia al circolo V E H F, ſe queſta tangente ſarà riguardata come una linea orizzontale, e ſi farà riſpetto ad eſſa ciò, che ſi fece riſpetto alla G K, le miſure, che verranno da tal coſtruzione ſaranno quelle, che daranno alla proſpettiva del ſolido l' apparenza, che ſi domanda. La coſa è tanto chiara per ſe, che non abbiſogna di dimoſtrazione.

14 Abbiamo ſempre ſuppoſto eſſere dato il diametro della sfera, a cui ſono iſcritti i corpi regolari, e quindi abbiamo cercata la miſura di quelle linee, che abbiſognano per deſcrivere le proſpettive. Comechè io abbia tenuto queſt' ordine, non è però, che i problemi non ſi poteſſero egualmente ſciorre, ſe in vece di ſupporre dato il diametro della sfera, ſi prendeſſe per dato un lato del ſolido non richiedendoſi cognizioni

ni ulteriori a quelle, che ſi anno dalle precedenti dimoſtrazioni. Nel tetraedro eſſendo dato il lato E V (*Fig.* 36.) ſi cercherà il raggio E G di quel circolo (§. 6.), che è capace di un triangolo equilatero fatto ſopra il lato E V. Formandoſi poſcia colle due linee E V, E G un triangolo rettangolo in G, ſi conoſcerà l' altezza G V del tetraedro. Trattandoſi del cubo non vi è biſogno di un particolare artificio. Per l' ottaedro baſterà valerſi del metodo eſpoſto (§. 8.). Per gli altri due ſolidi converrà cercare in primo luogo il diametro della sfera, a cui reſta iſcritto il ſolido, che abbia il lato della data miſura, e nel rimanente ſi procederà come negli articoli precedenti. Per trovare queſto diametro della sfera eſſendo A D (*Fig.* 40.) eguale al lato dell' icoſaedro, ſi formi ſopra di eſſo un triangolo iſoſcele A D C, che abbia l' angolo in C tale, che il ſuo ſeno D L ſia doppio del coſino C L, e ſi avrà il lato C A (§. 9.) eguale al ſemidiametro, che ſi cerca. Se foſſe dato il lato del dodecaedro, ſi cerchi il raggio del circolo capace del pentagono fatto ſopra il detto lato, e nel medeſimo circolo ſi trovi il lato del triangolo equilatero iſcritto, e con queſto ſi determini come dianzi il ſemidiametro della sfera, giacchè ſappiamo, che la ſteſſa sfera è capace dell' uno, e dell' altro ſolido, qualora il triangolo dell' uno, e il pentagono dell' altro reſtano iſcritti al medeſimo circolo.

SEZIONE VIII.

Della Proſpettiva delle ſoffitte, e delle ſcene.

1 COmprenderemo in queſta ſezione tanto la proſpettiva delle ſoffitte, quanto quella delle ſcene, e tratteremo brevemente dell' una, e dell' altra eſſendo noſtra intenzione non già di dar precetti per la pratica, ma di dimoſtrare a chi ſtudia, che vagliono per queſte operazioni le medeſime regole da noi ſpiegate nelle precedenti ſezioni, e che ſolo abbiſognano alcune particolari avvertenze per le diverſe circoſtanze, alle quali conviene adattarſi. Incominciando dalle ſoffitte, o eſſe ſono piane, o curve come le volte. Se la ſoffitta ſarà una ſuperficie piana, la ſola differenza, che trovaſi per conto della eſecuzione, conſiſte in ciò, che ove prima abbiamo ſempre ſuppoſto il piano di proſpettiva in una poſizione verticale, lo conſidereremo ora ſituato orizzontalmente, e immaginando l' occhio nel mezzo della camera all' altezza di un uomo, ſi prenderà la diſtanza dal piano, o ſoffitta con una linea perpendicolare condotta dall' occhio, la quale determinerà nel piano il punto principale. Fingendo poſcia, che gli oggetti ſieno di là della ſoffitta, ſe ne farà la projezione con que' metodi, che abbiamo ſpiegati. In ſomma la figura prima di queſto trattato ſomminiſtra l' idea di ciò, che ſi ha a fare preſentemente, baſtando ſolo rivolgere la figura, e preſentarſela alla mente in modo, che il piano geometrico acquiſti una poſizione verticale, e il piano di proſpettiva una poſizione orizzontale. Le piante ſul piano geometrico riuſciranno differenti da quelle, che ſogliono

averſi

averſi negli altri diſegni, perchè ſe l' oggetto ſarà per eſempio una colonna, la quale deve ſtare in una linea verticale, a cui ora è parallelo il piano geometrico, per formarne la pianta, biſogna immaginarla come diſteſa ſul piano geometrico. Lo ſteſſo dovrà dirſi della ortografia, la quale non corriſponderà all' altezza degli oggetti, ma bensì alla loro groſſezza, o profondità.

2 Occorre alle volte di dovere ſupplire colla pittura a qualche difetto della fabbrica, e che per eſempio ſia a carico del pittore il far comparire più alta una camera, che foſſe deforme per la troppa baſſezza. Per ſpiegare con chiarezza l' artificio, che ſuole praticarſi, immaginiamo fatta una ſezione verticale della camera (*Fig.* 44.), la qual ſezione paſſi per l' occhio O, e ſia parallela ad un muro. Sia in A B la ſoffitta, e i muri in A C, e B D; e ſupponiamo, che per ottenere l' altezza proporzionata alle altre dimenſioni abbiſognaſſe rialzare la ſoffitta fino in G H. Deve il proſpettivo far conto, che gli oggetti da rappreſentare ſieno ſuperiori al piano G H; e che reſtino compreſi entro le linee, che dall' occhio O vanno ai punti G, H. Eſſendo poi eſſi projettati o ſulla parete G H, colla diſtanza dell' occhio O F, oppure ſulla parete A B colla diſtanza O f, compariranno ſotto le ſteſſe forme, e colle ſteſſe proporzioni, e altra differenza non vi ſarà, che nella grandezza delle immagini proſpettive. Giacchè il diſegno dovrà farſi ſulla parete A B, non potrà eſſo occupare che lo ſpazio a b, che reſta entro l' angolo G O H, laſciando d' ogni intorno uno ſpazio vano A a, B b. Perchè ſi vuole, che i muri ſembrino alzarſi fino in G, e H converrà eſprimere col dipinto la continuazione del muro nello ſpazio vano A a, B b, e per meglio riuſcire in ciò gioverà fingere una cornice,

ce, o altro ſimile ornamento ſull' ideato muro BH, AG, la quale ſia poi diſegnata colle regole di proſpettiva in Aa, e Bb. Forſe non ſarebbe mal fatto per diſporre l' occhio a ben ricevere queſta apparenza, di dar principio alla pittura ſul muro ſotto di A, e di B formando quivi l' architrave, e ſopra di eſſo le menſole, e poi la cornice nei due piani Aa, Bb. Molte pitture ſono ſtate eſeguite a queſto modo dal Dentone gran maeſtro in queſto genere di proſpettiva, il quale ha ſaputo così bene eſeguire le ſue idee aggiungendo al diſegno i colori naturali, e i lumi confacenti al luogo, che l' occhio reſta ingannato nel giudicio, che forma della diſtanza, o dell' altezza della ſoffitta.

3 Quando la ſoffitta non foſſe piana, ma curva come una volta, ſarà più difficile l' operazione, e chi voleſſe tenervi dietro con ſpeculazioni geometriche, riuſcirebbe tanto malagevole, che non ſi apporterebbe alcun ſoccorſo alla pratica. Ciò ſi rende manifeſto toſto, che ſi conſideri, che nel caſo di una volta tutte le piramidi fatte dalle linee viſuali vengono intercette da una ſuperficie curva, e che la proſpettiva di qualunque oggetto ſarà quella ſezione, che ſi fa dalla detta ſuperficie curva colla piramide. Perchè poi le ſuperficie delle volte ſono di diverſe figure, o curvità, ciaſcuna delle quali richiederebbe un metodo particolare, ſarà più eſpediente ricorrere alle regole pratiche, giacchè ſopra tutto ſi ſtudia di eſeguire ciò praticamente. Nella proſpettiva del Vignola ſi propone un metodo, che in vero ſembra alquanto faticoſo in pratica. Si preſcrive di pigliare la circonferenza del ſeſto della volta con una centina, indi mettere le vere grandezze degli oggetti alla debita diſtanza, e poi colle linee condotte al punto dell' occhio oſſervare ove eſſe tagli-

no

no la circonferenza per avere le altezze apparenti. Noi crediamo più ſpedita l'operazione ſe ſi farà nel modo ſeguente.

4 Trattandoſi dunque di una volta di qualunque ſiaſi curvità, ci immagineremo un piano ſotto di eſſa, per eſempio dove la volta ſi uniſce coi muri. Si divida queſto piano in tanti quadrati, lo che potrà ſempre eſeguirſi con facilità, dividendo i lati di eſſo in parti eguali, e diſtendendo delle funi per i punti corriſpondenti delle diviſioni dei lati oppoſti. Si chiuda la camera, così che il lume non entri da alcuna parte, e poſta una candela acceſa nel punto di veduta, reſterà la volta diviſa dalle ombre, che gettano le funi in tante parti, quanti ſono i quadrati delle funi; e ſebbene dette parti ſieno per eſſere ineguali, e di differente figura, ſarà però ciaſcuna la comune ſezione della volta con una piramide, che abbia il vertice nella fiamma, e per baſe un quadrato funicolare, giacchè prolungata la detta piramide fino alla volta reſterà intercetta preciſamente dentro ad un quadrilatero curvilineo. Si ſegnino le curve delle ombre, e queſta deſcrizione ſarà dopo di guida alla operazione. Supponiamo in luogo della fiamma ſoſtituito un occhio, e immaginiamoci diverſi oggetti di là della volta. E' certo che eſſi ſaranno veduti dall'occhio ſecondo le direzioni di quelle linee, che formano le piramidi, e che quella parte di oggetto, che occupa un quadrato funicolare, occuperà il quadrilatero curvilineo corriſpondente. Se accadeſſe, che le ombre delle funi non ſi manifeſtaſſero aſſai diſtintamente per l'ampiezza della camera, potrebbeſi allora ottenere la ſteſſa diviſione per mezzo di un filo, perchè tenendolo coll'un capo fiſſo nel punto deſtinato per l'occhio, e facendolo ſcorrere coll'altro ca-

po

po ſulla ſuperficie della volta in maniera però, che reſtaſſe ſempre aderente ai lati dei quadrati funicolari, eſſo ſegnerebbe le ſteſſe curve, che naſcono per le ombre. In qualunque modo ciò ſia eſeguito, ſe il pittore avrà fatto a parte un diſegno ſecondo le regole di proſpettiva, come ſe doveſſero rappreſentarſi gli oggetti ſulla ſuperficie piana, e dividerà il diſegno nello ſteſſo numero di quadrati, ne' quali fu diviſa la ſuperficie piana ſotto la volta, eſſo ſervirà di norma per compartire gli oggetti ſulla ſuperficie curva ſecondo quella diſpoſizione, che eſige la proſpettiva. Sebbene queſto metodo non prometta tutta quèlla eſattezza, che pretenderebbe un geometra, pure ſarà ſufficiente per la pratica, ſe ſupponiamo in oltre molta accuratezza in chi opera, e molta abilità nel diſtribuire le tinte, e le ombre; le quali coſe tutte inſieme daranno come l' eſſere al dipinto, e perdendo l' occhio quaſi affatto il ſenſo della volta, crederà di vedere gli oggetti, quando però l' argomento ſia tale, che ſi adatti al luogo, e concorra a cagionare queſto piacevole inganno.

5 Dopo di avere dimoſtrato, che ſervono le ſteſſe regole per dipingere le ſoffitte, moſtreremo ora eſſere della medeſima condizione la proſpettiva delle ſcene. Qualunque volta foſſero le ſcene coſtrutte di pietra, o di legno, non vi ſarebbe neceſſità alcuna di regolarne la ſimetria colla proſpettiva, a cui conviene ricorrere per l' uſo, che vi è comunemente da tutti accettato di farle dipinte. Non oſtante però che abbiano alcuni fatte le ſcene di legno colle parti rilevate, pure anno creduto ben fatto d' aggiungervi una certa degradazione forſe per l' anguſtia del luogo, che voleano far comparire maggiormente ſpazioſo. Tale è la forma del teatro olimpico coſtrutto in Vicenza dall' inſigne Pal-

la-

ladio, come ciaſcuno può intendere dall' eſatta, ed erudita deſcrizione, che ne ha fatta il Montenari. A giorni noſtri ſi fanno le ſcene di tela dipinta, e non ſi potrebbe altrimente, volendoſi nella ſteſſa rappreſentazione far comparire ora un tempio, ora una boſchereccia, ora una reggia contro il rigoroſo precetto datoci dagli autori di oſſervare l' unità del luogo in ogni drammatico componimento. Coſtumavano gli antichi tre ſcene diverſe, una per la tragedia, un altra per la commedia, e la terza per la ſatira; e volendo pure dilettare il popolo con nuovi oggetti ſenza pregiudicare all' unità del luogo provvedeano i loro teatri di macchine per far comparire o una deità, che diſcendeſſe fra le nubi dal cielo, o altri ſpettacoli di ſimil natura. Per queſto triplice genere di ſcene ci parlano alcuni antichi autori di certe macchine triangolari, o priſmi, che rivolgendoſi intorno ad un perno preſentavano quella faccia, che era adattata alla rappreſentazione o tragica, o comica, o ſatirica. Laſcieremo agli eruditi queſte ricerche della forma delle ſcene praticata ne' tempi addietro, e ci reſtringeremo a parlare di ciò, che uſa a' tempi noſtri. Conviene in primo luogo eſaminare la ſituazione del palco, ſu cui ſtanno le ſcene, il quale chiamaſi da alcuni *Foro della ſcena*. Eſſo, come a tutti è noto, è un piano inclinato, la cui fronte reſta ſuperiore alla platea quanta è la ſtatura di un uomo, o poco più, eſſendo eſſa fronte alta incirca piedi 5. La elevazione non ſi trova la ſteſſa in tutti i teatri. L' anno fatta alcuni eguale alla nona parte della lunghezza; e quando l' altezza della fronte foſſe minore di piedi 5, la pratica inſegna, che la decima, o l' undecima, ed anche la duodecima parte ſia ſufficiente. Decideranno gli architetti ſulla preferenza di que-

ſte miſure, e noi intanto procureremo di regolare la proſpettiva per una data ſituazione del palco. Qualunque edificio ſuol ſtabilirſi ſopra un piano orizzontale, e ciò ſi oſſerva con più rigore quando ſi tratta della parte interna di eſſo; e però converrà riguardare la pendenza del palco come una apparenza, e come un effetto della proſpettiva, e mettere a calcolo queſta reale inclinazione, acciò non naſcano contraddizioni nelle idee, che ſi vogliono riſvegliare nella fantaſia degli ſpettatori. Conviene in oltre avvertire, che trattandoſi di un teatro non abbiamo una ſola parete, a cui riferire gli oggetti, conforme alla ſuppoſizione fatta in tutto il preſente trattato, ma abbiamo tante pareti, quanti ſono i telaj di ciaſcuna ſcena altri più vicini, altri più lontani dall' occhio.

6 Cominciando dal palco ſi eſamini la ſua inclinazione col piano orizzontale. S' intenda fatta una ſezione del teatro con un piano verticale, che paſſi per l' occhio O (*Fig.* 45.), e che ſia perpendicolare alla fronte del palco. Sia A B l' altezza della fronte, A 10 un piano orizzontale, A L il palco ſcenico, la cui pendenza, o angolo in A fatto colla orizzontale reſta determinata dalla proporzione, che ha la lunghezza A 10 colla elevazione L 10. Il piano orizzontale A 10 può riguardarſi come il piano geometrico, il quale prodotto fino in S darà l' altezza dell' occhio O S, e il punto della ſtazione in S. La pianta geometrica dell' edificio, che ſi vuole rappreſentare colla ſcena, dovrà diſegnarſi ſul piano orizzontale A 10. Queſta pianta non potendo eſſere veduta dall' occhio O per cagione della interpoſizione del palco A L, dovrà traſportarſi ſul palco A L, come ſe A L foſſe una parete. Per avere con facilità la corriſpondenza dei punti di un piano

con

con quelli dell' altro, baſta dall' occhio condurre una linea ai punti del piano A 10, come O 8, e vedere in che punto incontri il piano AL. Per queſta operazione il punto 8 della pianta geometrica cadrà in Z. Per traſportare ſpeditamente la pianta da un piano all' altro, penſo che ſarebbe comodo il dividere il piano orizzontale in quadrati, che ſi trasformeranno in trapezii ſul piano inclinato AL. La fronte del palco, o ſia la comune ſezione di eſſo col piano orizzontale ſi ponga in CD (*Fig.* 46.), e ſopra di eſſa ſi coſtruiſca un rettangolo CDHG capace di contenere la pianta ideata. Dividaſi la CD in quante parti eguali ſi vuole, per eſempio in otto, e lo ſteſſo facciaſi del lato oppoſto GH. Colla ſteſſa miſura ſi dividano i lati CG, e DH, che ſupporremo contenere dieci di quelle parti. Condotte per i punti delle diviſioni tante linee rette reſterà diviſo lo ſpazio in quadrati. Per trovare i trapezii corriſpondenti del piano inclinato, nel punto di mezzo A ſi alzi una perpendicolare AQ eguale alla AQ della figura precedente, indi ſi notino ſulla linea QA prolungata entro il rettangolo le lunghezze A 1, A 2, A 3 &c. le quali ſi avranno dalla precedente figura; imperocchè condotta dall' occhio O una linea O 8, e preſa AZ, e traſportata nella figura 46 in A 8, ſi avrà il punto 8, e nello ſteſſo modo ſi determineranno gli altri punti 1, 2, 3 &c. Per queſti punti deſcrivendoſi altrettante linee parallele alla CD, ſi avranno gli ſpazii ſul palco corriſpondenti agli ſpazii del piano orizzontale chiuſi entro l' intervallo delle parallele, e reſterà ſolo da determinare la poſizione delle altre linee, che ſcorrono ſecondo la profondità della ſcena. Prolunghiſi CG, e DH in R, T per modo che l' una e l' altra linea CR, DT ſia eguale ad AL della prece-

dente figura. Da R, e da T ſi tirino due linee al punto Q, le quali daranno i due termini alla linea condotta pel punto 10. Si divida queſta linea in otto parti eguali, giacchè in altrettante parti fu diviſa la fronte C D, e ſi deſcrivano le linee, che moſtra la figura, con che ſarà compita la coſtruzione, di cui non porteremo alcuna dimoſtrazione, eſſendo facile l' immaginarla. Pertanto ſe il foro della ſcena ſarà diviſo con queſta ragione, ſi conoſcerà facilmente a qual punto del palco appartenga la icnografia di qualunque oggetto, e per conſeguenza ſarà noto il punto, ove inalzare la ortografia. Affine di evitare ogni confuſione gioverà far a parte il rettangolo C D H G, e ſopra di eſſo deſcrivere la pianta, e dividere poſcia tutto lo ſpazio in quadrati, come ſi è detto, i quali ſerviranno di norma, e riſparmieranno una faticoſa coſtruzione per traſportare la pianta ſul palco. Queſto ſteſſo metodo ſi pratica con felice ſucceſſo nelle ſoffitte per traſportare i diſegni dalle ſuperficie piane alle curve, come di ſopra abbiamo ſpiegato.

7 Egli è facile il comprendere, che reſta determinata la lunghezza del palco, oltre a cui non può eſtenderſi la profondità della ſcena, e dipendere queſta lunghezza e dall' altezza dell' occhio, e dalla inclinazione del palco; imperocchè per quanto ſi eſtenda nel piano orizzontale la pianta geometrica, traſportata ſul palco non oltrepaſſerà mai quel punto, ove la orizzontale O F condotta per l' occhio ſi congiunge colla linea A L; anzi a quel punto non potrebbe giungere ſe non quando la pianta geometrica ſi eſtendeſſe all' infinito; perchè allora prendendo ſulla A 10 un punto infinitamente lontano, e condotta da eſſo all' occhio O una linea, coinciderebbe queſta colla O F, e però taglierebbe il

pia-

piano AL nel punto, ove abbiamo detto farſi l' incontro colla OF. Da ciò ſi raccoglie, che poſta la ſteſſa inclinazione del palco ſarà più ampio, o più anguſto lo ſpazio capace della ſcena, ſecondo che ſia maggiore, o minore l' altezza dell' occhio; e poſta la ſteſſa altezza dell' occhio ſi avrà uno ſpazio tanto maggiore ſul palco, quanto ſarà minore la inclinazione.

8 Ogni telajo di una ſcena, come ſi diſſe da principio, fa le veci di una parete, ſopra cui ſi vuole eſprimere l' ortografia degli oggetti conforme richiede la proſpettiva; onde converrà in ciaſcun telajo, o nel piano di eſſo prolungato quanto abbiſogna, ſtabilire il punto principale colla perpendicolare condotta dall' occhio, ed eſſendo nota la diſtanza dell' occhio, e la ſituazione degli oggetti fare il diſegno coi metodi ſpiegati nelle precedenti ſezioni, ſe ſi vuole, che le apparenti grandezze corriſpondano alle vere. Supponendoſi i telaj paralleli tra loro, ed altresì paralleli al piano della fronte, il punto principale di ciaſcuno cadrà nella linea OF, ma la diſtanza dell' occhio non ſarà la medeſima per ciaſcheduno. Queſta uniformità nella ſituazione di ciaſcun telajo non è aſſolutamente neceſſaria, ſe ſi conſiderano le coſe in aſtratto; pure in pratica dovrebbe riuſcire vantaggioſa, mentre ſe lo ſpettatore non ſi troverà preciſamente nel punto di veduta, non così facilmente ſi accorgerà della deformità, che naſcer dee nelle apparenti grandezze, la quale riuſcirebbe molto ſenſibile per le differenti inclinazioni delle pareti. Per regolare le altezze proſpettive degli oggetti ſia N8 l' altezza vera, che ſi vuole rappreſentare in XZ. Condotta NO è manifeſto eſſere O8 ad OZ, come N8 ad XZ, cioè eſſere l' altezza vera alla proſpettiva come la diſtanza dell' oggetto dall'

oc-

occhio alla distanza della parete. Ho supposto che il telajo, su cui si vuole trasportare la N 8, sia collocato sul palco in quel punto, che corrisponde alla pianta della linea N 8, cioè in Z. Potrebbesi il piano di prospettiva, o sia il telajo X Z supporre ad una distanza dall' occhio o maggiore, o minore della predetta, come viene espresso dalle due linee punteggiate poste di quà, e di là da X Z. Facendosi o l' uno, o l' altro ne nascerebbono due inconvenienti per la pratica; perchè se prendiamo la parete nella linea più vicina all' occhio, trasportata sopra di essa la linea N 8, resterebbe questa disgiunta, e sollevata sopra il palco; e però nello spazio, che resta, converrebbe dipingere la continuazione del palco, acciò non paresse l' edificio come sospeso in aria. Che se il piano della parete fosse più lontano, resterebbe la base della linea N 8 sepolta sotto il palco, e per farla comparire agli occhi dei riguardanti converrebbe disegnarla colle regole di prospettiva sul palco stesso in quel tratto, che rimane tra la linea punteggiata, e la linea X Z. Essendo difficile l' ottenere queste apparenz. in modo, che resti ingannato chi vede, dovrà il pittore astenersene; e quando ancora si lusingasse di riuscire nelle cose più ardue, deve riflettere, che queste operazioni, se vagliono ad appagare chi trovasi nel punto di veduta, diverranno oltre modo moleste, e deformi per poco, che si scosti lo spettatore dal detto punto. Vero è però non essere possibile evitare del tutto questa sorta d' inconvenienti massime dipingendosi oggetti di rilievo, che scorciano; come sarebbe la base di una colonna, la quale essendo un parallelepipedo, e avendo un piano parallelo alla fronte, dovrà l' altro piano dirigersi co' due lati opposti orizzontali al punto principale, e sfuggire

il

il piano del palco laſciando uno ſpazio vano ſul telajo. Tuttavia ſe l' inconveniente di cui ſi tratta non ſi può del tutto evitare, non per queſto dovremo abbandonare l' operazione a qualunque più ſenſibile deformità.

9 Il punto di veduta non può eſſere che un ſolo, che che ne dicano alcuni in contrario, i quali moſtrano con una opinione così ſtravagante di non ſapere coſa ſia proſpettiva. Sembra queſta in vero una dura neceſſità, per cui debba in un ſpazioſo luogo, ove concorre gran moltitudine di popolo, eſſere la rappreſentazione adattata all' occhio d' un ſolo; e pure è queſta la condizione comune a qualunque genere di pittura; e ſe ad alcuno pareſſe intollerabile, ſappia, che altro ripiego non vi può eſſere, che quello di formare le ſcene di rilievo rinunciando al comodo di variare ad ogni momento gli oggetti, del che ognuno prende tanto piacere. Dall' altra parte ſi rifletta, che non eſſendo i noſtri ſenſi di quella dilicatezza, e di quella ſeverità, di cui ſi vanta la geometria, ſe queſta non concede che un punto per un ſolo ſpettatore, concederanno i ſenſi uno ſpazio capace di ſoddisfare a molti in una volta. Dovendoſi dunque ſervire a queſta qualunque ſiaſi neceſſità, ſarà degno di molta lode colui, che ſappia far ſcelta di tali oggetti, e diſporre le ſcene in modo, che ſe la proſpettiva non ſottopone che in un ſol punto agli occhi dei riguardanti quelle apparenze, che corriſpondano eſattamente agli oggetti, faccia però altrove ſentirne meno che ſia poſſibile la deformità.

SEZIONE IX.

Metodo per deſcrivere in proſpettiva qualunque oggetto ſenza valerſi della pianta geometrica.

1 IL metodo, che ora ſpiegheremo, è fondato principalmente ſopra alcune propoſizioni della ſezione IV, per le quali ſi dimoſtra poterſi deſcrivere in proſpettiva un angolo, che corriſponda ad un angolo di una miſura data, ed una linea, che rappreſenti qualſivoglia data linea, ſenza che biſogno vi ſia di premettere il diſegno della pianta ſopra il piano geometrico. Non ſarà piccolo il vantaggio per quelli, che attendono alla pratica, ſe potranno eſeguire i loro diſegni conforme le regole di proſpettiva, ſenza l' obbligo di tener conto della linea fondamentale, e del piano geometrico, e di tutte quelle coſtruzioni, che ſopra di eſſo ſogliono praticarſi, e che noi abbiamo ſpiegato nelle ſezioni precedenti. Intenderemo ſolamente deſcritta nella (*Fig.* 47.), come nelle altre ſuſſeguenti, la linea orizzontale M H, e la diſtanza dell' occhio dalla parete F P, che nel punto principale F faccia angoli retti colla M H. Con queſte ſole linee procureremo di eſeguire la proſpettiva di qualunque oggetto, e tratteremo in primo luogo degli angoli, e delle linee, che giacciono ſopra un piano orizzontale. Queſte linee, e queſti angoli eſſendo in un piano ſuperiore al piano dell' occhio, ſaranno veduti ſulla parete ſopra la linea orizzontale; e ſaranno veduti ſotto di eſſa, ſe il piano ſarà inferiore al piano dell' occhio.

2. De-

2 Descritta sulla parete qualunque linea b d si vuole condurre un' altra linea b c di maniera, che l'angolo d b c sia prospettiva di un angolo dato. Si prolunghi b d fino all' orizzontale in H, e si tiri P H, indi per P si tiri P N, che colla P H faccia un angolo eguale al dato, e si descriva b N. Dico che l'angolo prospettivo N b H rappresenta un angolo della data misura. Si richiami alla memoria ciò, che fu esposto (*Sez.* IV. §. 11.), ove per trovare i punti sulla linea orizzontale, a' quali si addirizzano le linee prospettive, s' insegnò di condurre dal punto estremo P le linee, come P H, e P N, parallele alle linee obbiettive descritte sopra il piano geometrico, o sopra qualunque altro piano orizzontale, che può far le veci del piano geometrico. Per la qual cosa se nel piano geometrico fosse descritta la linea, di cui abbiamo la prospettiva in b d, essa sarebbe parallela a P H, come altresì sarebbe parallela a P N la linea, che viene rappresentata in c b. Dunque l'angolo dato, che comprendono le due linee N P, H P, è eguale a quell' angolo obbiettivo, di cui abbiamo la prospettiva per mezzo delle linee b d, b c.

3 Colla stessa costruzione si avrebbe l'angolo, che si cerca, se il punto b si trovasse sopra la linea orizzontale. Nell' uno e nell' altro caso succederà sempre, che la stessa porzione della linea orizzontale, come nel caso presente N H, sottenda i due angoli corrispondenti, cioè il prospettivo c b d, e l'obbiettivo N P H; e però questa potrà prendersi per regola generale da valersene per conoscere prontamente le corrispondenze degli angoli. Chi per esempio cercasse a quale angolo corrisponda l'angolo segnato sulla parete colle due linee b c, d c, prolungate dette linee fino all' orizzontale in N, ed M, giacchè M N sottende l'angolo M c N

eguale al ſuo angolo al vertice b c d, e la ſteſſa M N ſottende l' angolo M P N, ſarà queſto il corriſpondente dell' angolo proſpettivo in c. Che ſe le linee, come c d, b d, le quali fanno angolo in d, prolungate che ſieno, incontrano la linea orizzontale dalla parte dell' angolo ſupplemento, come ſuccede ora ne' punti M, H, non potrà dirſi, che l' angolo M P H corriſponda all' angolo c d b, ma bensì al ſuo ſupplemento, cioè all' angolo M d H; onde prolungandoſi H P in G, avremo G P M eguale all' angolo dell' oggetto, a cui corriſponde c d b. Se l' uno de' lati, come b d, che formano l'angolo c d b, foſſe parallelo alla linea orizzontale, allora il punto H trovandoſi ad una infinita diſtanza dal punto F, ſarebbe cagione, che P H foſſe parallela anch' eſſa all' orizzontale; ma queſta circoſtanza non rende punto diverſe le corriſpondenze degli angoli; mentre la ſteſſa linea infinita preſa ſopra l' orizzontale ſottenderebbe l' uno, e l' altro angolo, cioè l' obbiettivo, e il proſpettivo.

4 Sopra una data linea b d abbiaſi a diſegnare la proſpettiva di un triangolo, di cui ſieno dati gli angoli. Si prolunghi b d fino a che incontri l' orizzontale in H, e ſi congiunga P H; deſcritta poſcia P N, che con P H faccia uno degli angoli dati, ſi congiunga b N; indi ſi tiri P M, che colla P N faccia un angolo eguale ad un altro angolo dato, e ſi congiunga d M. Chi voleſſe proſeguire queſta coſtruzione tirando per P un' altra linea, che colla P M faceſſe un angolo eguale al terzo angolo dato, giacchè ſi tratta di tre angoli di un triangolo, cadrebbe la linea in dirittura di P H, e non ſi avrebbe per eſſa ſulla orizzontale, che il punto H, il quale è già determinato. Baſtano dunque i tre punti N, H, M trovati col mezzo di due angoli

per

per disegnare il triangolo d b c, che abbia la condizione proposta.

5 Per mezzo degli angoli descriveremo le linee secondo qualsivoglia proporzione, e ciò basta per eseguire i disegni, ne' quali non si ricerca una determinata grandezza, ma solo quella proporzione fra le parti, che negli oggetti apparisce. Tuttavia se si volesse definire la precisa lunghezza, che conviene ad una linea prospettiva corrispondente ad una data linea dell' oggetto, quando questa fosse parallela alla parete, si otterrebbe l' intento coll' instituire una proporzione, che dipende dalle distanze e della linea obbiettiva, e dell' occhio dalla parete, come si raccoglie da ciò, che è stato dimostrato (§. 1. *Sez.* III.). Imperocchè come sta la somma delle dette distanze alla linea obbiettiva, così la distanza dell' occhio dalla parete alla linea prospettiva. Questa regola di proporzione non può valere quando la linea obbiettiva sia obbliqua al piano della parete, perchè allora la lunghezza della linea prospettiva non dipende solamente dalle predette distanze, ma ancora dalla maggiore, o minore obbliquità della linea obbiettiva; onde se si trattasse di cercarne la lunghezza sulla parete, sarebbe sempre necessario ricorrere a qualche costruzione geometrica. Passa un' altra differenza, che merita di essere considerata, tra le linee parallele, e le obblique. Essa consiste in ciò, che essendo le prime divise in qualsivoglia ragione, secondo la stessa ragione restano divise le linee prospettive, del che ciascuno si persuaderà riflettendo, che qualunque linea obbiettiva è base di un triangolo fatto dalle linee visuali, e che la linea prospettiva altro non è, che una sezione del detto triangolo parallela alla base. Perchè poi questa sezione non è parallela alla base quando le linee obbiet-

tive ſieno obblique alla parete, non potrà verificarſi di queſte ciò, che conviene alle prime. Non ſi può dare una regola generale per fare debitamente queſte diviſioni nelle linee obblique ſenza ricorrere a qualche coſtruzione, come faremo negli articoli ſeguenti dopo di avere trattato delle linee parallele alla parete.

6 Sia ſegnata ſulla parete (*Fig.* 48.) una linea b d parallela alla linea orizzontale, e non volendoſi concedere alcun arbitrio al proſpettivo, poſſiamo ſupporre, che queſta linea ſia ſtata fatta di quella lunghezza, che richiede la data linea obbiettiva, avutoſi riguardo alla proporzione poc' anzi indicata delle diſtanze. Sia in oltre dato un punto c, per cui s' abbia a deſcrivere una linea, che ſia proſpettiva di una linea parallela alla parete, e nello ſteſſo piano orizzontale dell' altra, e che abbia alla obbiettiva di b d una data ragione. Se la ragione foſſe d' egualità, condotta pel punto c una linea b c, e prodotta fino all' orizzontale in H, e quindi per l' altro eſtremo d condotta d H, e per c la parallela c a, è manifeſto eſſere la figura b c a d proſpettiva di un parallelogrammo, eſſendo i lati oppoſti paralleli; e in fatti ſe b c, e d a concorrono ad un punto della orizzontale, biſogna che ſieno parallele le linee obbiettive. Se poi la ragione non foſſe d' egualità, ſi prenda ſopra b d una linea, che abbia alla b d la ragione data, e ſi faccia con queſta la ſteſſa coſtruzione, e ſi otterrà l' intento. Se ſi trattaſſe di linee verticali inſiſtenti ſopra un medeſimo piano orizzontale, valerebbe lo ſteſſo diſcorſo, e la ſteſſa coſtruzione; dovendo eſſe pure rimanere fra due linee, che concorrano ad un punto della linea orizzontale. Con queſta ſemplice coſtruzione, per cui non ſi ha a tener conto nè del punto principale, nè di quello della diſtanza,

fa-

ſarà facile ottenere la debita degradazione delle figure, che ſtiano ſopra il medeſimo piano orizzontale.

7 Supponiamo ora, che s' abbia a diſegnare ſecondo qualſivoglia direzione b H (*Fig.* 49.) una linea, come b c, di modo che le due d b, b c corriſpondano a due linee eguali, e ſia b d parallela alla parete. Per P ſi tiri P H, e G K parallela alla orizzontale. Si divida l' angolo G P H per metà colla linea P R, indi condotta R d, ove queſta taglia la b H in c reſta determinata la lunghezza della linea b c, che ſi cerca. In fatti il triangolo d b c è proſpettiva di un triangolo iſoſcele eſſendo per ciò, che abbiamo dimoſtrato (§.3.), l'angolo d b c proſpettiva di un angolo eguale ad H P K, e l'angolo d c b, oppure H c R proſpettiva di un angolo eguale ad R P H, e finalmente il terzo angolo c d b proſpettiva di un angolo eguale a G P R, il quale per coſtruzione è eguale ad R P H. Se in vece di cercare la linea da b verſo H, ſi cercaſſe con direzione oppoſta, cioè da b verſo h, biſogna riflettere, che i lati dell' angolo d b h incontrando l' orizzontale dalla parte dell' angolo ſupplemento, ſarà d b h proſpettiva di un angolo eguale a G P H; onde dividendoſi H P K per metà, e trovato il punto M, e condotta per eſſo la linea M d, reſterà determinata quella linea, che ſi cerca da b verſo h. Dividendoſi per metà l'angolo G P H colla propoſta coſtruzione ne ſegue, che il triangolo P H R ſia iſoſcele, giacchè l' angolo P R H è eguale al ſuo alterno G P R, che ſi fa eguale ad R P H; onde in vece di fare attualmente la diviſione dell' angolo G P H per trovare il punto R, ſi potrebbe prendere H R eguale ad H P; e per la ſteſſa ragione ſi avrà il punto M prendendoſi H M eguale ad H P. La coſtruzione in queſta ſeconda maniera rieſce

ſce più ſpedita, ma la prima è più generale, valendo ancora in que' caſi, ne' quali la linea b d non foſſe parallela alla linea orizzontale, come fra poco vedremo.

8 Servirà pure la ſteſſa coſtruzione a determinare ſulla direzione b H una linea, che paragonata colla b d faccia sì, che le linee obbiettive abbiano tra loro una data ragione. Prendaſi da b verſo d una linea, che abbia alla b d quella ragione, che anno le linee obbiettive, e pel punto eſtremo di eſſa ſi tiri una linea al punto R, la quale tagliando la b H darà la miſura della linea, che avrà la condizione propoſta; onde ſe ſi voleſſe dividere la b c in parti, che corriſpondeſſero a parti eguali, o diſuguali ſecondo qualſivoglia ragione, baſta dividere la b d in quel numero di parti o eguali, o diſuguali ſecondo la ragione data, e poi condurre dal punto R a tutti i punti delle diviſioni altrettante linee, le quali taglieranno la b c conforme richiede la proſpettiva delle parti della linea obbiettiva.

9 Per lo contrario ſegnata che foſſe ſulla parete la linea b c, ſe abbiſognaſſe trovare una linea proſpettiva parallela alla linea orizzontale, così che le due linee obbiettive aveſſero una data ragione fra loro, dovrebbeſi in primo luogo cercare la b d, come ſe ſi trattaſſe di due linee eguali nell' oggetto; e però ſi dovrebbe per R condurre R c, e per b una linea parallela alla orizzontale, perchè dall' incontro di eſſe ſi avrebbe la proſpettiva in b d di una linea eguale a quella, che ſi vede in b c. Prendaſi poi da b verſo d una linea, a cui b d abbia la ragione data, e ſara fatta la proſpettiva, che ſi cerca.

10 Quando una data linea, come b d (*Fig.* 47.), non foſſe parallela alla orizzontale, e ſi cercaſſe un' altra linea ſulla direzione b N, che foſſe proſpettiva di una li-

linea eguale a quella, che viene rappreſentata in b d; condotte dal punto P le linee P H, P N, e prolungata P H verſo G dividaſi l' angolo ſupplemento G P N per metà colla P M, e congiungaſi M d, che tagliando b N in c darà la lunghezza cercata b c. Ciò ſi rende manifeſto dalla corriſpondenza degli angoli, per mezzo de' quali troveremo eſſere il triangolo d b c proſpettiva di un triangolo iſoſcele. Che ſe in vece della ragione d' egualità ſupporremo qualunque altra ragione fra le linee obbiettive, converrà coſtruire a parte un triangolo, che abbia un angolo eguale ad N P H, cioè eguale all' angolo, che corriſponde all' angolo b, e prendere i lati aggiacenti al detto angolo di quella lunghezza, che eſige la data proporzione; perchè allora formandoſi ſopra b d la proſpettiva di un triangolo ſimile a quello, che è ſtato coſtrutto (§. 4.), le linee b d, d c ſaranno proſpettive di due linee, che avranno fra loro la data ragione.

11 Giacchè qualunque poligono può riſolverſi in triangoli, ſe foſſe propoſto di diſegnare ſopra una data linea la proſpettiva di un poligono, di cui foſſero dati gli angoli, e la proporzione dei lati, diviſo che queſto foſſe in triangoli, e fatta la proſpettiva di ciaſcuno, come abbiamo dimoſtrato (§. 4.), ne riſulterebbe la proſpettiva di tutto il poligono. Daremo ora un eſempio ſupponendo il poligono regolare, per cui riuſcirà più facile, e più ſpedita la coſtruzione. Sopra il lato b d (*Fig.* 50.) ſi vuole deſcrivere la proſpettiva di un pentagono. Si prolunghi b d fino in H, e ſi tiri P H; indi per P ſi tiri P M, che faccia con P H un angolo eguale a quello del pentagono, cioè di gradi 108, e ſi congiunga b M. Abbiamo ora nel punto b la proſpettiva dell' angolo del pentagono, onde reſta ſolamente

te

te a determinarſi la lunghezza del lato. Prolunghiſi la P H verſo I, e dividaſi per metà l'angolo I P M ſupplemento di M P H colla linea P R, la quale incontri l'orizzontale in un punto R. Per queſto punto, e per d ſi tiri la linea d R, con che reſta determinato il lato b c, il quale per le coſe dette (§. 10.) ſarà proſpettiva di una linea eguale a quella, che ſi è preſa per lato del pentagono. Per deſcrivere la proſpettiva del terzo lato ſi tiri P Q, che colla P M faccia un angolo eguale a quello del pentagono, cioè di gradi 108, e prolungata eſſa linea, finchè incontri l'orizzontale in N, ſi deſcriva c N, ſopra cui dovrà ſtenderſi il terzo lato. Infatti l'angolo M c N ſupplemento di b c e corriſponde in proſpettiva all'angolo M P N ſupplemento di Q P M. L'angolo M P N ſi divida per metà colla linea P L, e ſi congiunga b L, che determina la lunghezza c e del terzo lato. Proſeguendoſi a queſto modo l'operazione ſi darà compimento al pentagono, che ſi vuole deſcritto in proſpettiva.

12 Non ſolo ſi ottiene con queſto metodo la proſpettiva delle figure rettilinee, ma ancora delle curvilinee. Supponiamo che cada in b (*Fig.* 49.) la proſpettiva di un punto, che ſia centro di un circolo eſiſtente ſopra un piano orizzontale, e che b d ſia la proſpettiva di un ſemidiametro. Per deſcrivere la proſpettiva del circolo baſta condurre intorno al punto b quante linee ſi vuole, come b H, e prendere ſopra di eſſe altrettante linee, come b c, che ſieno proſpettive di linee eguali. Tutti i punti c, che verranno ſegnati ſulla parete con queſta coſtruzione, daranno la proſpettiva del circolo. Se il punto corriſpondente al punto b non foſſe centro del circolo, oppure ſe ſi trattaſſe di un'altra curva deſcritta ſopra un piano orizzonta-

tale, ſieno prima condotte intorno al punto obbiettivo molte linee, che vadano a terminare al perimetro della curva; dopo ſi cerchi la proſpettiva di ciaſcuna linea per mezzo degli angoli, e della proporzione, che ha colla linea rappreſentata in b d, perchè i punti eſtremi di queſte linee ci daranno il perimetro della curva in proſpettiva.

13 Fin qui abbiamo parlato di quelle linee, e di quegli angoli, che giacciono in un piano orizzontale; giacchè però qualunque piano orizzontale può prenderſi per piano geometrico, potremo ancora riguardare le predette coſtruzioni, come appartenenti alla icnografia degli oggetti. Per trattare l' ortografia ſecondo gli ſteſſi principii, biſogna riflettere, che qualunque linea verticale eſſendo parallela al piano della parete, avrà tutte quelle proprietà, che da principio abbiamo detto convenire alle linee, che ſono parallele alla parete. Per la qual coſa ſe ſopra il punto b (*Fig.* 49.) doveſſe erigerſi una linea proſpettiva di una linea verticale, che aveſſe alla linea corriſpondente di b c qualſivoglia ragione data, ſi cerchi prima la linea b d parallela alla orizzontale, così che b c, e b d rappreſentino linee eguali; indi in b ſi alzi una linea ad angolo retto con b d, che abbia a b d la data ragione, e ſarà queſta la linea, che ſi cerca. E' facile la dimoſtrazione, poichè eſſendo la linea, che ſupponiamo ora deſcritta, come ancora la b d, proſpettive di linee parallele alla parete, e trovandoſi queſte alla ſteſſa diſtanza, quella proporzione, che avranno le linee proſpettive, l' avranno ancora le linee obbiettive.

14 Sia propoſto da diſegnare un priſma retto, che abbia per baſe un pentagono. Deſcritta in proſpettiva la baſe b c d (*Fig.* 51.) ſi alzi ſopra un angolo co-

me b la verticale b s, che per ora prenderemo ad arbitrio. Con questa altezza prospettiva cercheremo le altre, che insistono perpendicolarmente sopra ciascun angolo della base. Per trovare l'altezza in c si tiri dal punto s al punto M già ritrovato sulla linea orizzontale nel costruire il pentagono, la linea s M; indi in c si alzi una linea verticale c z, finchè incontri la s M. E' manifesto essere c z l'altezza prospettiva in c, giacchè i due lati opposti b c, s z, essendo nell'oggetto paralleli, debbono in prospettiva concorrere ad un medesimo punto M. Trovata c z si tiri z N, la quale servirà a determinare l'altezza prospettiva e t. Proseguendosi l'operazione con questa regola si avrà la intiera descrizione del prisma.

15 Si è presa ad arbitrio l'altezza del solido nella precedente costruzione. Supponiamo ora, che essendo descritta la stessa base si volesse rappresentare un prisma, la cui altezza avesse al lato della base una data ragione. Si tiri per b una linea b a parallela alla orizzontale, indi colla costruzione insegnata (§. 13.) si determini quella lunghezza b a, che corrisponda ad una linea eguale a quella, che viene rappresentata dalla b d. In b si alzi una linea verticale b s, che abbia a b a quella stessa ragione, che si domanda tra l'altezza del prisma, e il lato della base. Trovata b s si faccia la costruzione come nel precedente articolo, e ne verrà descritto il solido secondo la condizione richiesta.

16 Se la base del solido non fosse una figura regolare, e se le linee insistenti perpendicolarmente sopra la base non fossero eguali, come appunto succederebbe quando fosse il solido una porzione di prisma troncato superiormente con un piano inclinato; giacchè

sup-

ſupponiamo dato un tal ſolido, ſarà nota la proporzione di ciaſcuna linea, o lato verticale con ciaſcuno dei lati della baſe; e queſte notizie ſaranno baſtanti per deſcrivere la proſpettiva dei lati, valendo per ciaſcuno la ſteſſa coſtruzione, che ha ſervito per il lato b s paragonato al lato b d. Dopo tutto ciò ſi congiungeranno i punti eſtremi delle linee verticali già deſcritte per avere il piano ſuperiore, che chiude il ſolido.

17 Senza molto recedere dalle precedenti coſtruzioni deſcriveremo la proſpettiva di un priſma obbliquo, giacchè tutta la differenza ſi riduce a ciò, che ove nel primo caſo erano verticali i lati inſiſtenti ſopra la baſe, ora li ſupporremo inclinati. Queſta inclinazione viene indicata per mezzo di due angoli, come ſi diſſe (§. 4., §. 6. *Sez.* IV.). Imperocchè non baſta a determinare la poſizione di una linea obbliqua, che ſia dato l'angolo, che eſſa fa col piano orizzontale, ma conviene in oltre, che ſia noto l'angolo, che fa la baſe, o pianta di detta linea colla parete. Eſſendo F il punto principale (*Fig.* 52.), e P F la diſtanza, ſi tiri P A, che faccia colla orizzontale in A un angolo eguale all'angolo, che fa la linea della baſe colla parete; indi ſi prenda A G eguale ad A P, e condotta in A una linea perpendicolare, e in G un'altra linea, che faccia colla orizzontale un angolo eguale a quello della inclinazione della linea obbiettiva ſopra il piano orizzontale, per l'incontro di queſte due linee ſi avrà il punto X, a cui ſarà convergente la proſpettiva della linea data di poſizione, e a cui ſaranno pure convergenti le proſpettive di tutte le linee, che abbiano la ſteſſa poſizione, e che per conſeguenza ſieno tra loro parallele, come ora ſi ſuppongono i lati del priſma. Non ripeteremo ora in quali circoſtanze debbano le due

linee A X, G X condurſi ſopra la linea orizzontale, e quando ſotto di eſſa, mentre di ciò ſe n' è parlato abbaſtanza nella predetta ſezione. Sia la baſe del priſma il pentagono d b c e, che ſupporremo deſcritto ſulla parete conformemente al metodo inſegnato (§. 11.). Per la ſuppoſta inclinazione dei lati ſopra il pentagono, o baſe del priſma, dovranno eſſi concorrere al punto X; e però deſcritte le linee, come b X, c X, ſi avranno le direzioni dei lati in proſpettiva, e reſterà ſolo da determinare la lunghezza di ciaſcuno, la quale dipende dall' altezza, che ſi ſuppone, del priſma. Per tanto ſi tiri b a parallela all' orizzontale, ed eguale al lato del pentagono (§. 13.); ſi alzi in b una perpendicolare b v, che abbia a b a quella ſteſſa ragione, che ſi vuole tra l' altezza del priſma, e il lato del pentagono. Per v ſi tiri v A, che tagliando b X in s determina la lunghezza del lato b s. Per intendere la ragione di ciò ſi rifletta, che la baſe di ciaſcuna delle linee inclinate, ſe foſſe deſcritta in proſpettiva, concorrerebbe al punto A, onde ſarà v A proſpettiva di una linea parallela alla baſe di b s, e diſtante da eſſa baſe quanta è l' altezza del priſma, giacchè ſi ſuppone, che b v rappreſenti la detta altezza. Ciò poſto è evidente, che la v A non può a meno di non incontrare il lato obbliquo b s nel ſuo punto eſtremo s, e che però la lunghezza del lato viene ſtabilita con queſta coſtruzione. Lo ſteſſo potrebbe farſi per gli altri lati; ma dopo di averne determinato uno, cioè il b s, potremo deſcrivere gli altri con una coſtruzione più ſemplice. Eſſendo nel priſma i lati del piano ſuperiore paralleli a quelli del piano inferiore, concorreranno a due a due i lati oppoſti ad un punto della linea orizzontale, onde il lato oppoſto al lato b c ſarà convergente al punto M, a

cui

cui concorre b c. Si tiri dunque per s la linea s M, che tagli in z la linea c X, acciò resti determinato il lato c z, ed insieme il lato s z del pentagono opposto alla base. Trovato il punto z, ed essendo notato il punto sulla linea orizzontale a dirittura della c e, si avranno i due lati e t, z t; e così proseguendo si farà la intiera descrizione del solido.

18 Non staremo ora a spiegare ciò, che far si dovrebbe, se il solido proposto fosse un prisma troncato, in cui i lati insistenti sopra la base fossero bensì paralleli, ma non già eguali. Neppure proporremo di descrivere qualunque solido, in cui i lati insistenti sopra la base avessero diverse inclinazioni, e diverse lunghezze, giacchè le cose fin ora esposte suggeriscono il metodo da praticarsi. Certamente quanto più fosse irregolare il corpo, tanto più laborioso sarebbe il disegno, ma non per questo vi sarebbe bisogno di ricorrere a nuove regole. Quando sappiasi descrivere una linea di qualunque inclinazione, e di qualsivoglia lunghezza, niente può incontrarsi in un' oggetto, che non soggiaccia alle predette regole. Le stesse linee curve, qualunque sia l' inclinazione del piano, in cui sono descritte, potranno sempre trasportarsi sulla parete per mezzo delle linee ordinate, delle quali i punti estremi daranno il perimetro della curva. Dacchè però è molto frequente l' uso in architettura dei semicircoli situati in una posizione verticale, parleremo di questi senza impegnarci in altre costruzioni; mentre se si volesse tener dietro a ciascun problema da risolversi col metodo spiegato nella presente sezione, si farebbe con questa sola un intiero trattato di prospettiva.

19 Sopra una linea qualunque, come b d, (*Fig.* 53.) abbiasi a disegnare la prospettiva di un semicircolo

sup-

ſupponendoſi, che b d rappreſenti una linea poſta in un piano orizzontale, e che il ſemicircolo ſtia in un piano verticale. Si prolunghi b d fino all' orizzontale in H, e ſi tiri P H; indi condotta b a parallela alla linea orizzontale, che rappreſenti una linea parallela alla parete, e nello ſteſſo piano orizzontale dell' altra linea data, ſi cerchi in primo luogo quella lunghezza b a, per cui ſieno eguali le linee obbiettive di b a, e di b d. Eſſendo l' angolo K P H ſotteſo dalla ſteſſa porzione di linea orizzontale, che ſottende l' angolo a b d, ſarà queſto (§. 3.) la proſpettiva dell' altro, e però dividendoſi l' angolo ſupplemento G P H per metà con una linea, che incontri l' orizzontale in R, oppure preſa H R eguale ad H P, e condotta la R d, e prolungata fino alla b a, verrà determinata la lunghezza, che ſi cerca della b a (§. 9.), e qualunque altra linea, che ſi tiri per R, come R m, taglierà due porzioni b c, b m, che ſaranno proſpettive di linee eguali. Sopra b a ſi deſcriva un ſemicircolo, il quale può riguardarſi come la proſpettiva del ſemicircolo fatto ſopra la linea corriſpondente di b a, per eſſere detta linea parallela alla parete, e il ſemicircolo verticale, cioè parallelo anch' eſſo alla parete. Sopra qualunque punto, come m, del diametro b a ſi alzi un ordinata m n, e in c una parallela c e, finchè incontri la R n. Dico eſſere e un punto della proſpettiva del ſemicircolo ſopra b d. Si conſideri, che b c, b m eſſendo proſpettive di linee eguali, ſaranno eguali le ordinate condotte nei punti eſtremi di eſſe alle circonferenze dei due ſemicircoli. Ma le due linee c e, m n ſono proſpettive di linee eguali, giacchè reſtano fra le due R m, R n, le quali concorrendo al punto R della orizzontale, rappreſentano due linee parallele; dunque il

pun-

punto e corriſponde ad un punto del ſemicircolo fatto ſopra la linea obbiettiva di b d.

20 Termineremo queſta ſezione con una operazione pratica. Abbiaſi a rappreſentare in proſpettiva un edificio ornato d' architettura. Biſogna in primo luogo formare la idea della ſimmetria, o della diſpoſizione delle parti eſterne. Riuſcirà comodo eſprimere queſta idea con uno ſchizzo di quella grandezza, ſotto cui ſi vuole rappreſentare l' oggetto, ſenza però avere riguardo alla degradazione delle parti, di cui poſcia terremo conto nella eſecuzione della proſpettiva. Sia per tanto la idea concepita, come viene deſcritta in Y Y (*Fig.* 54.). Si ſegni la linea orizzontale, il punto principale F, e la diſtanza F P, che ſi crede convenire all' occhio per vedere con diſtinzione il diſegno. A comodo di chi opera intenderemo collocato un ſemicircolo col centro in P, e col diametro parallelo alla linea orizzontale. Trattandoſi di un diſegno, che ſi faccia ſulla carta, potrà ſervire un ſemicircolo da tavolino di un diametro incirca di tre oncie; ma quando ſi doveſſe eſeguire il diſegno ſopra un quadro, che per la ſua grandezza non potrebbe maneggiarſi con eguale facilità, ſituato che ſia il quadro in una poſizione verticale, ſoſpendaſi ſuperiormente nel piano di eſſo un ſemicircolo a quella diſtanza, in cui ſi vuole il punto di veduta. Sia il ſemicircolo di una competente grandezza, cioè di un diametro di due piedi incirca, e ſia diviſo in gradi. Al centro di eſſo s' attacchi un filo, il quale portato in giro, e tenuto diſteſo colla mano indicherà nella linea orizzontale certi punti, che avremo biſogno di conoſcere. Queſta linea orizzontale potrà formarſi con un altro filo teſo, e tenuto ſempre immobile nella ſteſſa poſitura, il quale

quan-

quanto ſarà più lungo, e più ſi eſtenderà e a deſtra, e a ſiniſtra del quadro, tanto maggior comodo darà per l' operazione. Ritornando al diſegno ſi traſporti l' altezza dell' edificio in B V, che faccia angoli retti colla orizzontale. Dal punto B tiro ad arbitrio una linea B H ad un punto della orizzontale proponendomi, che queſta eſſere debba la icnografia proſpettiva, e che però debba formarſi il diſegno ſopra di eſſa. Oppure ſe ſi vuole, che il muro, o facciata dell' edificio faccia un determinato angolo colla parete, ſi tiri prima PH, così che ſia P H F eguale all' angolo dato, e poi ſi congiunga B H. La coſtruzione, che intraprendiamo ora, comprende le ſole linee ſegnate ſul muro ſenza riguardo alcuno agli oggetti, o riſalti dei membri d' architettura. Stabilite le predette linee ſarà poi facile l' aggiungere ciò, che conviene per eſprimere i riſalti e delle cornici, e dei frontiſpicii, e dei pilaſtri, e di tutte le altre parti, che ſopravanzano il muro. Giacchè molte linee rette, e orizzontali ſcorrono ſulle parti ſimili della facciata, di cui abbiamo manifeſtata la idea in Y Y, come quelle dei davanzali, e degli architravi delle fineſtre, e quelle delle cornici, dovranno queſte in proſpettiva concorrere nel punto H; onde diviſa la B V in parti, che miſurino le diſtanze delle predette linee, ſi avrà la direzione di queſte, congiungendo i punti ſegnati ſulla B V col punto H. Tutto ciò non baſta per formare il diſegno, ma biſogna ſapere fino a qual punto D della B H ſi eſtenda la icnografia, come pure il termine di qualunque altra linea orizzontale, e in oltre come s' abbia a dividere la B D per ſegnare tutte le linee a piombo, che formano i pilaſtri, e gli ſtipiti delle fineſtre, o altre linee verticali, che vi foſſero. Si traſporti la baſe della facciata

in

in B A parallela all' orizzontale, e ſi divida come ſe ſopra di eſſa cadeſſero i piombi dei pilaſtri, e degli ſtipiti. Dopo ciò ſi cerchi un punto R ſulla orizzontale nel ſeguente modo. Si oſſervi qual punto del ſemicircolo reſti interſecato dalla P H; indi ſi divida per metà l' angolo G P H colla linea P R, oppure ſi prenda H R eguale ad H P, giacchè (§. 7.) nell' uno, e nell' altro modo retta determinato lo ſteſſo punto R. Dal punto R ſi tiri a ciaſcun punto delle diviſioni fatte ſulla B A una linea. Queſte linee interſecando la B H daranno i punti, ſu quali inſiſtono le predette verticali (§. 8.), e quella linea, che da R ſarà condotta al punto eſtremo A, darà il punto D, cioè il punto eſtremo della icnografia. Sopra i punti trovati nella B D ſi deſcrivano le linee verticali, le quali incontrandoſi colle linee condotte da ciaſcun punto della B V al punto H, daranno le proſpettive di ciaſcun membro d' architettura, e cancellandoſi poſcia le porzioni di linee, che ſono ſuperflue, ſi avrà il diſegno in proſpettiva conforme la idea eſpreſſa in Y Y.

21 Troppo vi vorrebbe ſe tutti gli ornamenti ſi aveſſero a diſegnare coll' ajuto di coſtruzioni geometriche, come ſono i capitelli, i fregi delle cornici, i contorni delle porte, e delle fineſtre. Per queſti dovrà il proſpettivo procurarſi quella avvedutezza, che ſi acquiſta diſegnando tali oggetti dal vero in diverſi punti di veduta, perchè oltre la pratica acquiſtata le parti grandi ſerviranno poi di guida alle piccole. Quando però ſi tratti di linee rette, ſiccome l' operazione non può riuſcire difficile, non ſarà mai impiegato male il tempo ricorrendo alle ſolite regole. I frontiſpicii delle fineſtre nel diſegno propoſto ſono formati da linee rette inclinate, e per eſſere ſimili detti frontiſpicii,

come ora li ſupporremo, ſi avranno due ordini di linee fra loro parallele, per ciaſcuno de' quali vi ſarà un punto ſulla parete, a cui dovranno concorrere le linee proſpettive. Di ciò abbiamo diffuſamente trattato (§. 7. *Sez.* IV.), e però ſeguendo il metodo ivi propoſto, ſi vedrà, che i due punti cercati ſi trovano nella linea H X condotta pel punto H ad angoli retti colla orizzontale, e che deſcritte due linee, che partano dal punto R una ſopra, e l' altra ſotto l' orizzontale, così che facciano con queſta due angoli eguali, ed altresì eguali alla inclinazione, che anno i lati del frontiſpicio coll' architrave della fineſtra, andranno ad incontrare H X in due punti egualmente diſtanti dal punto H uno ſopra, e l' altro ſotto l' orizzontale, ai quali ſaranno convergenti le linee dei frontiſpicii.

22 Per deſcrivere in proſpettiva i due archi propoſti col diſegno Y Y non vi è biſogno di ricorrere ad altre regole oltre a quella, che abbiamo ſpiegata (§. 19.).

23 Per l' altra facciata, che colla deſcritta fa angolo in B V potrà ſervire la ſteſſa linea B V, e le ſteſſe diviſioni fatte ſopra di eſſa, giacchè vuole il buon ordine d' architettura, che il comparto dei membri ſia ſimile dall' una, e dall' altra parte. Bensì accade ſpeſſe volte, che l' edificio non ſia un quadrato, e allora non potrà ſervire la ſteſſa B A. Comunque ſia ſi dovrà dall' altra parte ripetere la ſteſſa coſtruzione prendendo una linea come B A, che corriſponda e nella lunghezza, e nelle diviſioni a quella idea, che ſarà eſpreſſa in un diſegno a parte. Fu preſa ad arbitrio la direzione della B H, dopo di che non reſta arbitraria la direzione di quella linea, ſu cui ſi dee ſtabilire la icnogra-

grafia della ſeconda facciata, dipendendo queſta direzione dall' angolo, che fanno i due muri, che s' incontrano nella B V. Stabilita che ſia la miſura dell' angolo ſi contino ſul ſemicircolo i gradi corriſpondenti incominciando dal punto, ove lo interſeca la linea P H; per eſempio ſe l' angolo ſi vuol retto, ſi contino gradi 90; indi ſi tiri P M, che comprenda il dato angolo colla P H. A queſto punto M così ritrovato dovranno concorrere tutte le linee orizzontali, e fra queſte la icnografia proſpettiva, che perciò cadrà ſulla linea B M. Fatto nella ſteſſa maniera il diſegno, ſi avrà una eſatta proſpettiva dell' edificio, quale appunto dovrebbe apparire ad un' occhio ſituato in quella diſtanza ſopra il punto F, che da principio abbiamo ſtabilita.

24 I riſalti dei membri di architettura ſi miſurano, e ſi eſprimono con linee rette perpendicolari al muro; onde ſuppoſto, che la P M faccia angolo colla P H, che ſia proſpettiva di un angolo retto, dovranno le predette linee perpendicolari al muro concorrere in proſpettiva col punto M. Per la qual coſa prolungandoſi M B ſe ſopra di eſſa, come in B b, ſi prenderà quella lunghezza, che corriſponda al riſalto per eſempio della cornice, condotta b H ſi avrà in queſta linea la icnografia proſpettiva della linea, o del piano, che forma la parte anteriore di eſſa cornice. Trovata la icnografia alzandoſi ſopra di eſſa delle linee parallele alla B V, e operandoſi ſecondo i precetti degli articoli precedenti, ſi darà compimento al diſegno. Reſta ſolo da ſpiegare il modo di determinare ſulla B A la linea B b. Si prenda ſopra B A da B verſo A la miſura del riſalto, e giacchè queſta linea B A è parallela alla orizzontale, ſi formi (§. 7.) un triangolo, che

ſia proſpettiva di un triangolo iſoſcele, per avere un' altra linea eguale in B b. Dividaſi per metà l' angolo M P K colla linea P N, oppure ſi prenda M N eguale ad N P; indi dal punto N ſi tiri una linea al punto notato ſulla B A, la quale prolungata incontrerà la M B in un punto b, che ſarà diſtante da B quanto richiede il riſalto della cornice.

25 Trattandoſi di un' oggetto, in cui le parti ſieno unite, e delle quali ſappiamo la diſpoſizione per mezzo degli angoli, e della proporzione delle linee, abbiamo inſegnato di eſeguirne la proſpettiva ſenza ricorrere a quelle regole, che ſogliono comunemente adoperarſi, e che per avventura non ſono ſempre le più comode per la pratica. Solamente potrebbeſi muovere un dubbio, ſe due eſſendo gli oggetti fra loro diverſi, e poſti a qualſivoglia diſtanza l' uno dall' altro, foſſe poi lecito l' ottenere coll' iſteſſo metodo non ſolo la proſpettiva di ciaſcuno, ma ancora la debita ſituazione ſulla parete di modo, che le apparenti diſtanze corriſpondeſſero alle vere. Oltre all' idea, che avrà fatta il proſpettivo degli oggetti, dovrà ancora immaginarſi la loro ſituazione, e queſta potrà eſprimerſi intendendo condotta ſopra un piano orizzontale una linea, che da un punto di un' oggetto vada a terminare a un punto dell' altro. Data che ſia la lunghezza della linea, e dati gli angoli, che eſſa fa con ciaſcuno dei lati, che incontra nei due oggetti, reſta abbaſtanza determinata la ſituazione di queſti. Non ſarà poi difficile dopo deſcritta la proſpettiva di un' oggetto, deſcrivere la proſpettiva di detta linea, e quindi per mezzo di eſſa intraprendere la proſpettiva dell' altro oggetto, avendo ſempre in viſta gli angoli dati, e le proporzioni ſtabilite fra la linea, e i lati, che eſſa incon-

contra. Se l'operazione ſarà fatta con queſta avvertenza, otterremo ſicuramente quelle apparenze, che eſigono gli oggetti per quella ſituazione, che anno, e per le loro riſpettive grandezze.

SE-

SEZIONE X.

Data la proſpettiva ſi cerca il punto di veduta, la pianta geometrica, e l' altezza vera dell' oggetto.

1 QUello, che ſpiegheremo, può chiamarſi metodo inverſo di proſpettiva, poichè ſe fino ad ora, ſeguendo l' ordine, che ſuol tenerſi in queſti trattati, data eſſendo la pianta, e l'altezza di un'oggetto abbiamo inſegnato di diſegnare la proſpettiva, quale apparir dee ad un' occhio collocato in un dato punto, ſupporremo al preſente dato il diſegno di proſpettiva, e cercheremo il punto di veduta, la pianta geometrica, e l' altezza, o le altezze vere di un' oggetto, che alla data proſpettiva corriſponda. Il problema propoſto in termini così generali può riſolverſi in infinite maniere; imperocchè per qualunque luogo dell' occhio potremo ſempre fingere un' oggetto, che corriſponda alla data proſpettiva; onde ſe non ſi aggiungono altre condizioni, e ſe non ſi prendono come ſtabilite, e conoſciute alcune di quelle coſe, che abbiamo propoſto da cercare, reſterà ſempre indeterminato il problema. In diverſe maniere ponno combinarſi i termini propoſti, due de' quali eſſendo dati, ſi verrà facilmente in cognizione del terzo. Queſti problemi particolari, de' quali ora tratteremo, ſerviranno per far meglio intendere lo ſtato della quiſtione, e per far ſtrada, per quanto è poſſibile, alla ſoluzione del problema generale.

2 In primo luogo ſupporremo oltre la proſpettiva dato il punto di veduta, cioè il punto principale, e

la

la distanza dell' occhio, e cercheremo la pianta geometrica, e l' altezza vera dell' oggetto. Per la soluzione di un tal quesito basta invertere l' ordine, che si è tenuto (*Sez.* II., e III.) per disegnare la prospettiva di un dato oggetto. Abbiasi sulla parete un punto Z (*Fig.* 2.) della icnografia prospettiva, e sieno dati nella linea orizzontale i due punti F, D, il primo principale, e l' altro della distanza. Si tiri per F, Z la linea F Z, e per D, Z, la linea D Z, che prolungate incontrino la linea fondamentale ne' punti L, Q. In L si alzi una perpendicolare L M, che prendasi eguale ad L Q. Ciò fatto è manifesto essere M per le cose dimostrate (*Sez.* II. §. 2.) il punto obbiettivo di Z. Passando ad altri punti della icnografia prospettiva, e valendo si della stessa costruzione, si verrà a disegnare tutta la pianta geometrica, che corrisponde alla prospettiva. Similmente troveremo l' altezza vera di un punto superiore al piano geometrico seguendo un metodo inverso di quello, che si tenne (*Sez.* III. §. 1.). Imperocchè nel triangolo F N L (*Fig.* 6.), ove prima era data L N altezza vera, e se ne cercava la prospettiva Z X, colla stessa costruzione essendo data Z X si troverà la L N.

3 Siami permesso di fare una digressione, che spero non sia per essere affatto inutile. Supponiamo un' oggetto inaccessibile, di cui si vorrebbe conoscere la vera grandezza. Per esempio si cerca il contorno, o pianta di una fortificazione, che si vede di lontano. Si disegni in prospettiva questo oggetto col mezzo del vetro ottico, o dello sportello d' Alberto Durero, o d' altro simile strumento, tenendo l' occhio fisso in un punto, e il vetro ottico, o piano di prospettiva in una situazione verticale. Eseguito il disegno con tutta la possibile diligenza, per cui essendo data la prospetti-

va,

va, ed in oltre eſſendo cogniti i due punti della linea orizzontale, cioè il punto principale, e quello della diſtanza, ſaremo ſicuri di ottenere colla precedente coſtruzione la pianta geometrica. Certamente ſi richiede nella operazione una ſomma eſattezza, la quale dipende e dalla perfezione degli ſtrumenti, e dalla diligenza di chi opera; imperocchè dovendoſi dalle coſe piccole paſſare alle grandi, qualunque omiſſione può cagionare nei riſultati un errore di molta conſeguenza; ma ciò non toglie la preciſione geometrica al metodo, nè la libertà di rigettarlo, quando ſi aveſſe in pronto un metodo più ſicuro.

4 Conviene riflettere, che nella precedente pratica operazione il ſuolo, ſu cui è coſtrutta la fortificazione, dee riguardarſi come il piano geometrico, ſiccome l' altezza dell' occhio ſopra il detto ſuolo ci da la diſtanza della linea fondamentale dalla orizzontale; onde non eſſendo poſſibile formare un diſegno, che nelle ſteſſe miſure ci dia la pianta dell' oggetto, ſi potrà prendere ad arbitrio la ſituazione del piano geometrico, cioè la diſtanza della linea fondamentale dalla orizzontale; perchè terminata che ſia la pianta geometrica, ſebbene queſta ſi trovi di gran lunga inferiore alla vera, ſarà però ad eſſa affatto ſimile; e chi dopo deſideraſſe conoſcere le vere grandezze potrà ritrovarle ſpeditamente; imperocchè come ſta la diſtanza, che ſi è preſa ad arbitrio, della linea fondamentale dalla orizzontale alla diſtanza vera, così deve ſtare ciaſcun lato della pianta geometrica, che ſi è deſcritta, a ciaſcun lato omologo della vera. Per intendere la ragione di ciò immaginiamoci un' occhio, che guardi l' oggetto attraverſo del vetro, e immaginiamo condotte dall' occhio a ciaſcun punto dell' oggetto le linee viſuali, che

tut-

tutte insieme formano una piramide avente per base la pianta della fortificazione proposta, e per vertice l' occhio. S' intenda un piano parallelo al suolo, su cui sta l' oggetto, che tagli la piramide. Con questa sezione si avrà una figura simile alla base della piramide tanto più piccola nella sua circonferenza, quanto minore sarà l' altezza dell' occhio sopra il piano della sezione, e secondo questa proporzione dovrà essere minore qualunque lato della pianta sul detto piano paragonato col lato omologo della vera. Se si trattasse non della sola icnografia, ma ancora della ortografia, si proverebbe nello stesso modo che presa ad arbitrio la distanza della fondamentale dalla orizzontale, l' altezza trovata col disegno avrebbe all' altezza vera di un punto dell' oggetto sopra il suo piano geometrico quella proporzione, che ha l' altezza dell' occhio sopra il piano preso ad arbitrio all' altezza sopra il vero piano geometrico. Questo metodo pratico dedotto dalle regole di prospettiva ci da occasione di riflettere, che chi disegna, e vuole rappresentare un' oggetto non potendo mettere in carta la vera pianta di esso per la troppa sua estensione, e perciò valendosi di una pianta a quella simile, comechè di gran lunga inferiore in grandezza, ciò non ostante ottiene l' intento; imperocchè potrà sempre immaginare, che la pianta disegnata sulla carta sia nata dalla sezione di un piano parallelo a quello, su cui posa l' oggetto. Per quello poi che riguarda l' inganno di far comparire l' oggetto a quella distanza, che si vorrebbe, questo è particolare ufficio della prospettiva aerea, per cui i raggi riflessi sulla parete giunger debbono all' occhio con quelle modificazioni, che avrebbono se procedessero da un' oggetto lontano.

5 Per compimento del metodo spiegato aggiunge-

remo, che trattandoſi di miſurare qualche angolo inacceſſibile, che ſi vede di lontano, e che giaccia ſopra un piano orizzontale, non è neceſſario deſcrivere la pianta geometrica delle linee, che lo comprendono. Preparato il vetro ottico, come ſi è detto, e ſegnata in eſſo la linea orizzontale, e il punto principale, ſi noti ove le linee proſpettive dell' angolo, prolungate che ſieno, vanno a ferire la linea orizzontale. Per eſempio le linee proſpettive b d, b c (*Fig.* 55.) prolungate incontrando l' orizzontale ne' punti N, M, ſi alzi nel punto principale F una perpendicolare F P eguale alla diſtanza dell' occhio, e da P ſi tirino le linee P N, P M: l' angolo, che comprendono dette linee, è eguale all' angolo dell' oggetto veduto ſulla parete in d b c (*Sez.* IX. §. 2.)

6 Un altro problema da riſolvere col metodo inverſo di proſpettiva ſarà quello di cercare il luogo dell' occhio eſſendo dato l' oggetto, e la proſpettiva; e per ridurre le coſe alla pratica, fingiamo, che a noi ſi preſenti un diſegno, in cui oltre la proſpettiva ſieno deſcritte geometricamente e le piante, e le altezze, e ſia data la linea fondamentale, che divide il piano geometrico dal piano della parete, ma che niuna orma apparisca del punto principale, e del punto di diſtanza, i quali punti danno a conoſcere la ſituazione dell' occhio. Un ſol punto dell' oggetto col punto corriſpondente di proſpettiva non baſta a determinare il problema. In fatti ſe immagineremo, che un' occhio guardi un punto attraverſo della parete, condotta una linea per l' uno, e l' altro punto, obbiettivo, e proſpettivo, e prolungata oltre la parete, purchè l' occhio ſi trovi in eſſa linea, vedrà ſempre il punto di proſpettiva incontro al punto obbiettivo; ma ſe aggiungeremo un' altra

tra linea, che parta da un altro punto dell' oggetto, e paſſi pel ſuo punto corriſpondente di proſpettiva, dovrà queſta incontrare la prima nel punto dell' occhio, il quale reſta perciò determinato. Per dare un eſempio di ciò potremo valerci di due punti dell' oggetto qualunque ſieno o della icnografia, o della ortografia. Abbiamo (*Fig. 6.*) X Z, che è proſpettiva di una linea perpendicolare al piano geometrico, la quale ha per baſe il punto M, e per altezza la linea L N, e però i punti eſtremi di eſſa corriſpondono ai punti X, Z. Con queſti ſi vuole determinare il luogo dell' occhio. Si tenga un' ordine inverſo a quello, che ſi ſpiegò (*Sez.* III. §. 1.), in cui eſſendo dato il punto principale F, la diſtanza F D, il punto M, l' altezza L N, ſi trovò X Z; ed ora in vece del punto F, e del punto D eſſendo data X Z, condurremo le linee L Z, N X, e troveremo nel punto del loro concorſo il punto principale F; indi condotta per F una linea parallela alla fondamentale avremo la linea orizzontale, e finalmente preſa L Q eguale ad L M, e condotta Q Z andrà queſta ad incontrare l' orizzontale nel punto di diſtanza D.

7 Queſti problemi ci danno a conoſcere, che non è poſſibile, come ſi diſſe da principio, trovare con ſicurezza il punto di veduta, ed in oltre la pianta geometrica, e l' altezza dell' oggetto, quando altro non s' abbia, che la proſpettiva; pure ſe gli oggetti ſaranno di una figura regolare, ſecondo che ſogliono per lo più coſtruirſi le fabbriche, potremo luſingarci coll' ajuto di alcune conghietture fondate ſulle leggi coſtanti dell' architettura di ſciorre il problema in quei termini generali, ne' quali fu propoſto da principio.

8 In architettura è legge coſtante, che le linee

delle baſi, dei capitelli, delle cornici, e altre di ſimil ſorta ſieno tra loro parallele, e orizzontali; ond' è che poſte in proſpettiva ſi fanno convergenti a un punto della linea orizzontale; parimente è legge coſtante, che certe linee ſtieno a piombo, come quella dell' angolo, che fanno due muri, l' aſſe di ciaſcuna colonna, e altre ſimili, le quali traſportate ſulla parete rimangono a piombo, cioè perpendicolari alla linea orizzontale. Prolungandoſi dunque nella data proſpettiva due di quelle linee, che ſappiamo doverſi incontrare ſulla orizzontale, avremo un punto, per cui condotta una linea perpendicolare o all' aſſe di una colonna, o alla linea dell' angolo, che fanno due muri, ſaremo certi eſſere quella la linea orizzontale.

9 Un' altra legge, e quella pure può dirſi coſtante in architettura, conſiſte in c ò, che due muri ſieno tra loro ad angolo retto, quando qualche circoſtanza non lo impediſſe, o ſi trattaſſe di una pianta, a cui conveniſſe una figura regolare, che non foſſe quadrata. Nella proſpettiva ſi ſcelgano due linee, che ragion vuole, che ſieno nell'oggetto ad angolo retto, ed inſieme in un piano orizzontale. Potrebbero ſervire le linee di una cornice, che gira d' intorno all' edificio, e fa lo ſteſſo angolo, che fanno i muri, oppure le linee della icnografia degli ſteſſi muri. Sieno queſte linee le b d, b c (*Fig.* 55), e ſi prolunghino fino all' orizzontale ne' punti N, M. Dico in primo luogo, che il punto principale dee trovarſi tra N, e M; e in ſecondo luogo, che eſſendo deſcritto un ſemicircolo ſopra N M, qualunque ſia per eſſere il punto principale F, dovrà la diſtanza dell' occhio dalla parete eſſere eguale alla ordinata del circolo condotta nel punto principale. L' uno e l' altro ſi prova con ciò, che abbiamo eſpoſto nella

la precedente ſezione: imperocchè eſſendo retto l'angolo nel ſemicircolo N P M, ovunque ſi prenda il punto F nel diametro N M, e per diſtanza la ordinata F P, ſarà ſempre ſalva la condizione, che le due linee proſpettive corriſpondano ad un angolo retto.

10 Fin ad ora reſta indeterminato il problema; e per meglio comprendere tutte le poſſibili ſituazioni dell'occhio, immaginiamo il ſemicircolo, che ha per diametro N M, ſituato ad angolo retto colla parete. Scorrendo l'occhio ſulla circonferenza vedrà ſempre incontro alle linee proſpettive b d, b c un angolo retto ſul piano geometrico, o ſopra altro piano ad eſſo parallelo. Che ſe l'occhio ſi ſcoſtaſſe dalla detta circonferenza, vedrebbe un'angolo o acuto, o ottuſo; perchè ſe la linea della diſtanza foſſe maggiore dell'ordinata, condotte dal punto eſtremo le linee ai punti N, M, comprenderebbero eſſe un'angolo acuto; e ſarebbe ottuſo l'angolo, ſe la diſtanza foſſe minore. Acciocchè non reſti indeterminato il problema cercheremo ſul diſegno un'altro angolo, come a, che ſia proſpettiva di un'angolo retto, e prolungate le linee del nuovo angolo fino all'orizzontale, ſe queſte incontreranno gli ſteſſi punti N, M, ſarà indicio, che il primo angolo retto abbia i lati paralleli a quelli del ſecondo, il quale perciò ſarà incapace di determinare il problema. Ma ſe le linee prolungate incontreranno due altri punti, come H, G; facciaſi un ſemicircolo ſopra H G, il quale darà tutti i punti di veduta, ne' quali le due linee, che comprendono l'angolo a, fanno la proſpettiva di un angolo retto. Tagliandoſi queſti due ſemicircoli in un punto P, e da P condotta l'ordinata P F, ſarà neceſſariamente F il punto principale, e P F la diſtanza

dell'

dell' occhio, eſſendo manifeſto, che prendendoſi qualunque altro punto fuori di P non può più reggere la ſuppoſizione, che abbiamo fatta, dei due angoli retti negli oggetti.

11 Qualora un angolo retto ſi trovi con un lato parallelo alla parete, diſegnato in proſpettiva rimane il lato colla ſteſſa direzione, cioè parallelo alla linea orizzontale, e l' altro lato, che è perpendicolare alla parete s' indirizza al punto principale. Per la qual coſa ſe uno degli angoli ſcelti nella proſpettiva a queſto fine di trovare la ſituazione dell' occhio, foſſe tale, del che ſarà indicio l' eſſere un lato parallelo alla orizzontale, per mezzo dell' altro lato potremo ſegnare il punto principale. Quì pure conviene avvertire in qual modo reſti indeterminato il problema. Nell' articolo precedente ſi dimoſtrò, che non era ſufficiente un ſolo angolo per decidere la queſtione, mentre ſoddisfacevano egualmente tutti i punti di un ſemicircolo, in cui ſcorrendo un' occhio avrebbe veduto in ogni punto l' angolo dato come proſpettiva di un angolo retto. Ma ora in vece di un circolo abbiamo una retta linea perpendicolare alla orizzontale; imperocchè qualunque ſia la diſtanza dell' occhio dalla parete, purchè il punto principale ſia quello, a cui termina nella orizzontale il lato prodotto, dovrà ſempre l' occhio vedere un angolo retto nell' oggetto per cagione del dato angolo proſpettivo. Coll' ajuto poi d' un' altro angolo deſcrivendoſi un ſemicircolo, dalla interſecazione di eſſo colla linea retta, oltre al punto principale, ſi avrà ancora la diſtanza.

12 Poſto che nella proſpettiva non vi foſſe che un ſolo angolo retto, oppure ſe eſſendone molti, foſſero tutti egualmente poſti, lo che non rade volte ſuccede,

con-

converrà esaminare se sia possibile di riconoscere un qualche angolo di gradi 45 nel seguente modo. E' legge costante in architettura, che certi intervalli sieno eguali, come gli intercolonii, gli spazii tra i pilastri, e le finestre. Parimente le sculture nel fregio, come le metope, e i triglifi, oppure i modiglioni, e i dentelli nelle cornici ci danno eguali distanze. Posto ciò non sarà difficile trovare due punti ne' due lati dell' angolo retto, che sieno nell' oggetto egualmente distanti dal vertice dell' angolo. Sieno di tal natura i due punti c, d. Per essi si descriva una linea c d, la quale per il supposto fatto deve corrispondere ad una linea, che nell' oggetto faccia angolo di gradi 45 con l' uno, e l' altro lato dell' angolo retto. Si prolunghi c d fino all' orizzontale in R. I due lati, che comprendono nell' oggetto l' angolo di gradi 45, vanno in prospettiva ad incontrare l' orizzontale nei due punti N, R; onde facendosi sopra N R un segmento di circolo capace di un angolo di gradi 45, ove esso taglia il semicircolo N P M, ivi avremo quel punto, per cui si determina e il punto principale, e la distanza. Per descrivere detto segmento ognun vede, che basta dividere per metà N R, e alzare nel mezzo una perpendicolare eguale alla metà di N R, e dal suo punto estremo C coll' intervallo C R, o C N descrivere un circolo, in cui essendo N R corda di un angolo retto, sarà l' angolo nel segmento di gradi 45. Se si fosse preso non l' angolo c d b, ma l' altro d c b, che corrisponde egualmente ad un angolo di gradi 45, prolungati i lati si avrebbero nella orizzontale i due punti M, R; ma perchè M R non sottende l' angolo semiretto, bensì il suo supplemento, invece di descrivere sopra M R un segmento capace di un' angolo di gradi 45, il dovremo de-

deſcrivere capace del ſupplemento, cioè di gradi 135. Queſta avvertenza, che non abbiſogna negli angoli retti, ſi dovrà ſempre avere, quando ſi tratti d' angoli obbliqui, come abbiamo inſegnato (*Sez.* IX. §. 3.).

13 Se un lato dell' angolo retto, come b c, foſſe parallelo alla linea orizzontale, e però l' altro lato b d foſſe rivolto al punto principale, condotta la c d quale l' abbiamo ſuppoſta nell' articolo precedente, e prolungata fino all' orizzontale ci darebbe ſenz' altra coſtruzione il punto di diſtanza, giacchè tutte le linee parallele al piano geometrico, che fanno un' angolo di gradi 45 colla parete concorrono in proſpettiva(*Sez.*II.§.5.) al punto di diſtanza. Che ſe in vece di un lato dell' angolo retto foſſe la c d paralella alla orizzontale, faremo certi, che l' angolo retto nell' oggetto ſia poſto in modo, che i lati facciano angolo di gradi 45 colla parete, e che in proſpettiva concorrano ai due punti di diſtanza, i quali ſono egualmente lontani dal punto principale; onde trovati queſti due punti dividendoſi l' intervallo per metà, ſi avrebbe il punto principale, e la metà del detto intervallo ſarebbe eguale alla diſtanza.

14 Fino ad ora ci ſiamo contenuti ne' ſoli angoli retti, e ſemiretti, perchè queſti s' incontrano aſſai ſovente negli oggetti d' architettura. Quando poi vi foſſe motivo di ſoſpettare, che l' angolo, che fanno due muri foſſe o acuto, o ottuſo, ſarebbe difficile indovinarne la giuſta miſura, fuori del caſo di una qualche figura regolare. Supponiamo, che foſſe cognita la miſura di un' angolo obbliquo; allora in vece di deſcrivere un ſemicircolo ſulla linea orizzontale fra i due punti trovati colle linee proſpettive, ſi deſcriverebbe un ſegmento di circolo capace del noto angolo, e quin-

di

di colla interſecazione di due circonferenze ſi determinerebbe nello ſteſſo modo il punto principale, e la diſtanza. Potrebbeſi ancora venire in cognizione di ciò, che ſi cerca con un ſolo angolo obbliquo, purchè ci moſtraſſe l'architettura due linee eguali intorno al vertice del noto angolo. Supponiamo che l'angolo c b d corriſponda alla pianta di un eſagono, e che per cagione degli eguali intervalli nell'architettura ſieno le linee b c, b d proſpettive di linee eguali, e che però nell'oggetto ſia iſoſcele il triangolo c b d. Ciò poſto ſarà cognita la miſura di ciaſcun angolo; imperocchè eſſendo l'angolo dell'eſagono di gradi 120, toccheranno gradi 30 a ciaſcuno degli altri due angoli corriſpondenti ai due c, d. Facciaſi dunque un ſegmento di circolo ſopra M N capace di un angolo di gradi 120, e ſopra N R un ſegmento di circolo capace di un'angolo di gradi 30. Queſti neceſſariamente s'interſecheranno in un punto ſuperiore alla linea orizzontale; onde condotta da eſſo conforme il ſolito la perpendicolare, ſi avrà il punto principale, e la diſtanza.

15 Se l'angolo dell'eſagono foſſe poſto in modo, che un lato ſi trovaſſe parallelo alla parete, come ſe la c b foſſe parallela alla linea orizzontale, non la incontrerebbe che ad una diſtanza infinita; e quantunque s'abbia la notizia di un angolo, pure in queſte circoſtanze non potrebbeſi coſtruire il circolo, ma in ſuo luogo ſi avrebbe una linea retta, come accade negli angoli retti, che abbiano un lato parallelo alla parete. Si rifletta però, che dovendo ſempre eſſere l'angolo M P N eguale all'angolo dell'oggetto, cioè di gradi 120, ed eſſendo P M per la infinita diſtanza del punto M parallela alla orizzontale, è forza, che P N M ſia ſupplemento dell'angolo in P, cioè ſia di

gradi 60. Per la qual cosa se condurremo dal punto N una linea, come N P, che faccia coll' orizzontale un' angolo di gradi 60, saremo certi, che ogni punto di essa soddisferà per far comparire l' angolo dato come prospettiva di un angolo di gradi 120. Se poi sopra N R sarà descritto un segmento di circolo capace di un angolo di gradi 30, allora per la intersecazione della linea col circolo si avrà il punto, da cui condotta la perpendicolare retta determinato e il punto principale, e la distanza,

16 Stando le cose come sopra, se in vece di b c fosse c d parallela alla linea orizzontale, in più modi potrebbesi risolvere il problema. Prodotte le due linee b c, b d, e trovati i punti M, N, si faccia sopra M N un segmento di circolo capace del noto angolo di gradi 120. Dividasi per metà M N, e si avrà il punto principale; indi sopra di esso condotta l' ordinata, sarà questa eguale alla distanza. Oppure, giacchè il punto R si trova ad una infinita distanza dal punto N, facendosi l' angolo P N R eguale al supplemento del noto angolo di gradi 30, che è lo stesso, che far l' angolo P N M di gradi 30, e operandosi nello stesso modo dalla parte di M, giacchè l' altro angolo b c d si suppone esso pure di gradi 30, ove s' incontreranno le due linee rette condotte l' una dal punto N, e l' altra dal punto M, si avrà il punto P, che si cerca. Parmi ciò tanto evidente per le cose spiegate, che non abbisogna di prova.

17 In quei casi, ne' quali supponiamo noto un solo angolo, abbiamo procurato di riconoscere un triangolo isoscele coll' ajuto degli intervalli eguali, che ci somministra l' architettura. Non era assolutamente necessario questo triangolo isoscele, ma più tosto l' abbia-

mo

mo ſuppoſto tale per maggiore facilità. Per altro ſe foſſe nota la proporzione di due lati, che comprendono l'angolo dato, ciò baſterebbe a farci conoſcere il valore degli altri due angoli, e il rimanente della coſtruzione non riuſcirebbe punto diſſimile da quella, che ſi è fatta eſſendo gli angoli eguali.

18 Nelle precedenti ricerche abbiamo ſuppoſto, che gli angoli nell'oggetto ſieno in un piano orizzontale; pure potrebbero egualmente ſervire le notizie d'altri angoli, come per eſempio degli angoli, che fanno le linee dei frontiſpicii col piano orizzontale, o le linee diagonali delle fineſtre, purchè foſſe nota la loro inclinazione. Nel diſegno (*Fig.* 53.) prolungata la icnografia del muro B D per avere ſulla orizzontale il punto H, e condotta quivi ad angoli retti la H X, troveremo in eſſa quel punto X, a cui concorrono le linee proſpettive dei frontiſpicii. Dal punto X ſi tiri una linea X R, che faccia colla orizzontale in R un'angolo eguale a quello della vera inclinazione, che anno col piano orizzontale le linee dei detti frontiſpicii. Per le coſe ſpiegate (§. 7. *Sez.* IV.) eſſendo H R eguale ad H P, ſe faremo centro in H, e deſcriveremo un circolo col ſemidiametro H R, dovrà il punto P cadere nella circonferenza del circolo deſcritto. Si cerchi nel diſegno un altro angolo in un piano verticale diverſo da quello del muro B D, oppure ſi ricorra ad uno di quegli angoli, de' quali abbiamo parlato negli articoli precedenti, e ſi avrà quanto baſta per ſtabilire il punto P. Abbiamo detto, che s'abbia a cercare un angolo in un piano verticale diverſo da quello del muro B D; imperocchè concorrendo tutte le linee parallele, che giacciono nel piano del muro B D in un punto della linea H X, e dovendo eſſere per qualun-

que angolo d' inclinazione H R eguale ad H P, riſulterebbe ſempre il medeſimo circolo, e però niente più ſi potrebbe raccogliere da molti angoli di quello che ſi raccolga da un ſolo. Intorno a queſti angoli verticali potrebbero farſi molte rifleſſioni, come abbiamo fatto per gli angoli orizzontali; ma le tralaſcieremo per amore della brevità, e ſolamente avvertiremo chi ſtudia, non eſſere difficile coſa il dedurle dalle propoſizioni ſpiegate (*Sez.* IV. §. 8. 9.)

19 Dopo tutti queſti eſami ſe mai ſuccedeſſe, che i circoli o le linee rette deſcritte colle notizie degli angoli non s' incontraſſero in alcun punto, o ſarebbe indicio, che gli angoli nell' oggetto non foſſero quali li abbiamo ſuppoſto, o che il diſegno non foſſe fatto colle debite regole di proſpettiva. Potrebbe anche ſuccedere, che la geometria foſſe più liberale di quello, che ſi vorrebbe, dandoci due punti di veduta, ciaſcuno de' quali ſoddisfaceſſe alle propoſte condizioni. Fingiamo due angoli nell' oggetto, de' quali uno almeno ſia obbliquo, e che fatta la coſtruzione ſi taglino i circoli in due punti ſuperiori alla linea orizzontale; oppure che una linea retta deſcritta colla notizia di un' angolo, che abbia un lato parallelo alla parete, tagli il circolo in due punti ſuperiori alla linea orizzontale; allora due ſarebbero i punti di veduta poſſibili nelle propoſte circoſtanze, e ſenza un terzo angolo non ſi potrebbe decidere quale dei due foſſe il vero punto di veduta di tutto il diſegno, purchè però il circolo deſcritto col terzo angolo non s' incontraſſe anch' eſſo a paſſare per i medeſimi punti d' interſecazione trovati cogli altri due circoli.

20 Ecco per tanto aperta la ſtrada alla ſoluzione del problema generale propoſto ne' termini ſeguenti:

data

data la proſpettiva ſi cerca il punto principale, e quello della diſtanza, la pianta geometrica, e l'altezza vera dell' oggetto. Deſcrivaſi primieramente la linea orizzontale, il punto principale, e il punto della diſtanza coll' ajuto di quelle conghietture, che eſſendo fondate ſulle leggi coſtanti dell' architettura, anno tutta quella certezza, che può mai deſiderarſi. Con queſte notizie ſi avrà quanto baſta per diſegnare geometricamente l' oggetto conforme il metodo ſpiegato nel primo problema di queſta ſezione.

RAGIONAMENTO

Sopra diverſe queſtioni appartenenti alla Proſpettiva.

1 SOgliono i proſpettivi trattare diverſe queſtioni, che noi proporremo con queſto ragionamento, aggiungendone altre ancora, che forſe non ſono ſtate trattate da alcuno; e avvegnachè ſieno la maggior parte difficili da riſolvere, pure non ſarà affatto inutile l' averne almeno eſaminata, e conoſciuta la difficoltà. Ciò che è fuori di ogni controverſia, come la ragione il dimoſtra, ſi è l' importanza dello ſtudio della proſpettiva a chi s' applica al diſegno; e ſe mai alcuno vi foſſe, che in coſe di pratica aſcoltar non voleſſe la ragione, riſpetti almeno l' autorità de' più celebri autori, che ſono concordemente di queſto parere. Lionardo da Vinci comincia il ſuo trattato della pittura con queſte parole *Il giovane dee prima imparar proſpettiva*; e Leonbattiſta Alberti ſi eſprime nel ſeguente modo *E vorrei certamente, che noi ci perſuadeſſimo colui ſolo eſſere per diventare ottimo pittore, il quale ora ha imparato a collocare ottimamente tutti i dintorni, e tutte le qualità delle ſuperficie*. Convengo però, che più facile ſia a chi dipinge proſpettive l' uſare queſte regole, che a quelli, che dipingono paeſi, figure, e coſe ſimili. In fatti ſe ſi conſidera un uomo nudo, il ſuo contorno, o il contorno di qualunque ſua parte preſenta al noſtro occhio tante linee curve, per le quali non baſta mettere in proſpettiva due ſoli punti, come ſi fa per le linee rette, ma biſogna diſegnarne molti; onde i pittori di figure trovano più comodo procurarſi un certo abito

colla

colla pratica, e col lungo uſo di diſegnare dal vero, che par loro di aver ragione di non curare le regole di proſpettiva, le quali poi raccomandano a que' ſoli, che diſegnano fabbriche, e qualunque genere di architettura. Quantunque eſſi abbiano qualche ragione di ciò fare, pure non poſſo loro accordare il diſprezzar queſta ſcienza, la quale ſe non può giovare per la proſpettiva di ciaſcuna figura, potrà almeno inſegnar loro le proporzioni fra le apparenti grandezze. Tanta è l'importanza di bene eſeguire ciò, che molti valenti profeſſori anno creduto, che non s'abbia in queſto ſtudio a perdonare a fatica. Propone l'Accolti di far modelli di cera conforme il ſoggetto, che ſi vuole rappreſentare; indi *cercar la veduta migliore, e più ſingolare, appreſſo oſſervare i lumi, i riflessi, i sbattimenti, i cadimenti dei panni, i piombi di ciaſcuna teſta ſul piano, gli accreſcimenti, le diminuzioni delle parti, i parterri delle ombre, i riſalti, le più o meno vive tinture de' colori; le oſſervanze delle quali coſe tutte generano quella armonica rappreſentazione di coſe, che tanto laſcia contento, e appagato l'occhio del riguardante aſſuefatto anche nel naturale a così fatte apparenze*. Senza premettere una ſimile operazione, che inſegni di ſituare le figure, e di dare alle medeſime la dovuta degradazione, come potrà mai il Pittore co' ſuoi diſegni far sì, che chi li riguarda, comprenda quelle diſtanze, che vi anno ad eſſere fra gli oggetti? Ho inteſo più volte a dire, e ho conoſciuto ancora per me ſteſſo, che alcuni quadri ſono dipinti con tale maeſtria, che pare, che quei finti oggetti ne invitino, e colà vi promettano un comodo paſſeggio. Per lo contrario l'occhio tal volta non ſolo non trova modo di paſſar oltre, ma nè meno pare, che vi ſia luogo per gli oggetti ſteſſi, tanto ſono gli uni addoſſo agli

altri

altri, e tutti riſtretti dentro ad un breve ſpazio, che non può contenerli; la quale diſguſtoſa apparenza da altro non procede, che dal difetto della proſpettiva. Biſogna però confeſſare, che molti pittori ſenza ſapere queſta ſcienza, o ſenza farne uſo anno prodotto opere tali, che tengonſi in grandiſſimo pregio. In conferma di ciò baſta conſiderare le pitture di Guido Reni, uno de' capi della noſtra ſcuola, e ſi vedrà quanto manchino i ſuoi diſegni alle leggi della proſpettiva. L' eſempio ſuo ha ſedotti molti, che ſono venuti dopo, i quali ſe rifletteſſero, che Guido non è famoſo per queſto, perchè niente ſapeſſe di proſpettiva, ma per quelle cognizioni, e abilità, che avea degne di un eccellente pittore, non ſolo cercherebbero per loro profitto d' imitarlo in ciò, che ſapea, ma ſtudierebbero quello ancora, che egli non ſapea, per aſpirare ad una gloria maggiore.

Non ſono i pittori ſolamente, che moſtrino di avere in diſpregio la proſpettiva, ma quelli ancora, che fanno uſo delle pitture collocandole in modo, che rieſca impoſſibile a chi le riguarda di prendere quella ſituazione, che richiederebbe la proſpettiva. Poniamo che nel diſegnare il quadro abbia il pittore ſtabilito il punto principale preſſo a poco nel mezzo della tela. Rappreſenti il diſegno un piano o ſuolo orizzontale, ſopra cui ſtieno diverſe figure. Egli è certo, che eſſendo l' occhio ſuperiore al detto piano il potrà vedere ſecondo tutta la ſua eſtenſione, e potrà vedere altresì tutto ciò, che vi poſa ſopra; anzi ſe un' urna vi foſſe, o altro vaſe, non ſolo l' occhio vedrebbe l' orlo ſuperiore, ma ancora buona parte di ciò, che entro vi ſi conteneſſe. Immaginiamoci un tal quadro collocato tant' alto, che l' occhio reſti ſotto la linea del piano.

Non

Non v' ha dubbio, che un' urna posta a quell' altezza non lascierebbe vedere la bocca, e ciò, che contenesse dentro di se, se non quando fosse molto inclinata verso chi la riguarda; onde nel caso presente l' urna comparirebbe non più in quella situazione, che avea immaginato il pittore, ma in un' altra; e se essa mostrasse di essere piena di un qualche liquore, dovrebbe esso per la inclinazione dell' urna disporsi tutto ad un tratto ad escire, e non potrebbe in alcun momento rimanere piana la sua superficie, come succederebbe ad un corpo solido per l' aderenza delle parti. Per ciò, che riguarda il piano orizzontale, essendo l' occhio ad esso inferiore, non dovrebbe vedere, che la prima linea; e se il vede secondo tutta la sua estensione, sarà forzato a concepire, che esso ascenda come un palco di teatro, e immaginandolo tale, come potrà poi corrispondere a questa idea la prospettiva delle figure? E finalmente perchè un uomo ritto in piedi, e collocato in alto avrebbe un aspetto assai differente, che se stasse sul piano medesimo di chi lo guarda, poichè in una situazione si nasconderebbero alcune parti, che nell' altra erano visibili, e se ne manifesterebbero altre, che erano invisibili, per salvare l' apparenza delle figure, saremo costretti a concepirle in pendenza, e presso a poco perpendicolari a quella direzione, secondo cui le vediamo. Ora per tutte queste contraddizioni, quale imbarazzo non dovrà provare lo spettatore nella sua fantasia, e quanto meno appagarsi di una cotal vista?

2 Mi è noto però, che i pittori ancor più eccellenti anno dimostrato di far poco conto di un tal precetto, avendo essi nel dipingere sopra alti muri regolato la prospettiva, come se l' occhio si trovasse a dirittura del quadro, di modo che niuno senza ascendere a

quella altezza può godere compiutamente delle loro opere. Per tacere di molti, basterà l'esempio di un Rafaello, il quale nel palazzo del Vaticano ha mirabilmente espresso co' suoi disegni la storia del vecchio testamento, ove non avrebbe potuto far vedere la inondazione delle acque, che coprirono la terra al tempo del diluvio, senza supporre l'occhio dello spettatore alquanto di sopra al livello delle sue acque. L'autorità di un tanto uomo dovrebbe imporre silenzio, se la ragione non si opponesse con evidenza. Per non far torto nè all'una, nè all'altra, mi do a credere, che se Rafaello avesse potuto valersi del proprio giudicio, e servire piuttosto al suo, che all'altrui volere, non avrebbe scelto un tal luogo per trattarvi quell'argomento. Io poi non sostengo, che s'abbiano a disprezzare le pitture, perchè manchi il comodo a chi le osserva di prendere quel punto di vista, che richiederebbe la prospettiva. Forse i pittori, che col loro intendimento sono capaci di supplire a questa mancanza, e rappresentarsi il quadro, come se il vedessero dal debito luogo, saranno meno degli altri solleciti per l'osservanza di un tal precetto. Quando ciò sia, converrà dire, che essi sieno più da invidiarsi, che da riprendersi, purchè però non prendano a sostenere, che questo costume sia conforme alla ragione, come alcuni anno procurato di fare, seguendo ciecamente il consiglio dato da Leonbattista Alberti, cioè *che il punto principale si pone all'altezza del uomo, che ha da dipingere, perchè in questo modo coloro, che riguardano, e le cose dipinte pare, che sieno ad un piano eguale*. Aggiugono essi, che supponendosi l'occhio molto inferiore al quadro, ne verrebbero per la necessità della prospettiva certi scorci nelle figure, i quali per essere insoliti a ve-

vederſi, in vece di recar diletto, offenderebbero la immaginazione. Forſe non è tanto inſolita la viſta di perſone, o d' altri oggetti collocati in un piano ſuperiore a quello dell' occhio; ma ſe ciò foſſe, onde è poi che i ſcultori, lavorando ſtatue deſtinate ad occupare un luogo eminente, non temono di offendere la immaginazione con una inſolita viſta, giacchè le ſtatue ovunque ſieno poſte, a noi ſi preſentano in quello aſpetto, e in quello ſcorcio, che eſige la proſpettiva. Si può dire con verità, che queſta volta la teorica, e la pratica non ſi accordano inſieme, e la ragione principale credo che ſia, perchè la pittura non è conſiderata dai più per quello che è, ma per un ritrovamento, che altro fine non abbia, che quello di abbellire una camera, e di coprire il bianco di un muro. Che ſe eſſa ſi riguardaſſe come una produzione dell' umano ſapere, atta a trattenere lo ſpirito, con iſtruirlo, e dilettarlo, ſi avrebbe maggior premura di collocare i quadri debitamente, per non pregiudicare alla proſpettiva, che è lo ſteſſo che dire, alla imitazione del vero, che ſopra tutto ſtudia il pittore di conſeguire.

3 Perchè intendano quelli ancora, che non anno fatto alcuno ſtudio di proſpettiva l' importanza, che vi è di ben collocare un quadro, paragoniamolo ad uno ſpecchio, il quale ci dà idea di una pittura perfettiſſima, non potendo eſſere più ſimili al vero le immagini, che da eſſo ſi rappreſentano, mentre ſono le ſteſſe, che veggiamo direttamente. Stando lo ſpecchio dietro al muro, e in parte più baſſo dell' occhio, ſi vedrà in eſſo il pavimento della camera, e tutte intiere le perſone, che ivi ſi trovano. Se più s' alza lo ſpecchio comincieremo a perdere la viſta del ſuolo, e ſi vedranno ſolo a mezzo le perſone; e ſe finalmen-

te l' occhio reſta molto di ſotto, niente de' predetti oggetti potrà vederſi, ſe non quando ſi faccia pendere lo ſpecchio, e allora il pavimento della camera ſembrerà un piano inclinato, e tutto ciò, che al detto piano è perpendicolare, ſembrerà inclinato, e però tutte le perſone ſtaranno come in atto di cadere. Fingiamo ora, che un uomo vi foſſe, il quale non aveſſe alcuna notizia di que' corpi, che fanno vedere gli oggetti per rifleſſione, e che a lui ſi preſentaſſe uno ſpecchio. Certamente da principio reſterebbe ingannato credendo di vedere gli oggetti ſteſſi, e di avvicinarſi a quelli accoſtandoſi allo ſpecchio; ma ſe gli oggetti, e le perſone, che vede foſſero tanto inclinate da non poterſi reggere contro la propria gravità, ciò ſolo baſterebbe per farlo accorgere dello inganno, e per conoſcere finto quello, che avrebbe ſenza queſto difetto tutto il carattere per comparir vero; onde ſe una tale apparenza pregiudica tanto alla imitazione, quale pregiudicio non apporterà alla pittura queſta ſteſſa deformità accompagnata a mille altre, che ſi oppongono direttamente all' obbietto dell' arte, che è d' imitare il vero? Mi ſi dirà forſe, che quella deformità, che abbiamo conſiderata nello ſpecchio inclinato per queſto ſi rende manifeſta, perchè è la ſola, ed unica, che troviſi in quelle immagini, le quali nel rimanente ſono al vero ſomiglianti ſſime; e che in un quadro queſta ſteſſa deformità, eſſendo accompagnata a tante altre, non ſi manifeſta, e non manifeſtandoſi non arriva a cagionare diſpiacere, e per queſto conto ſi crederà, che non vi ſia obbligo di ſfuggirla aſſoggettandoſi rigoroſamente alle regole di proſpettiva; nel che io ſono di contrario parere, e appunto la deformità, che abbiamo detto per queſto mi diſpiace meno nello ſpecchio

per

per eſſere ſola, e più mi diſpiace in una pittura per eſſere accompagnata a molte altre. E per verità rappreſentando uno ſpecchio così al vivo gli oggetti, che chi guarda in eſſo può far conto di guardare gli oggetti ſteſſi, chi ſarà mai, che ſi fermi con piacere a contemplare, e a conſiderare quelle immagini, giacchè da una tal viſta non ritrarrebbe maggior piacere di quello, che a lui ne verrebbe contemplando gli oggetti ſteſſi, i quali vedendoſi da noi tutto giorno, ſono inabili a recare diletto; e credo di poter dire, che per lo più non è l'oggetto, ma la imitazione, che a noi piace; onde ſe la imitazione ſarà giunta a tale di far parer vero ciò, che è finto, ſi perderà affatto il piacere della imitazione. Per la qual coſa io credo anzi di avere qualche obbligo alla deformità, che io riconoſco nello ſpecchio, quando è inclinato, perchè eſſa mi riſveglia nell'animo la idea della imitazione, e queſta mi cagiona un piacere, che ſenza di eſſa non avrei. Ho più volte meco ſteſſo penſato qual vantaggio ne verrebbe dal colorire le antiche ſtatue greche ſenza pregiudicare all'eſattezza del contorno, e mi ſono ſempre più confermato nel credere, che eſſe non recherebbero verun piacere; imperocchè chiunque riguardaſſe il Laocoonte tinto di colore naturale di carne, parerebbegli di vedere un uomo nudo, e non ne ritrarrebbe maggior piacere di quello, che s'abbia a vedere il nudo dell'accademia. La ragione di ciò parmi, che ſia, perchè la imitazione ſarebbe tanto perfetta, che più non ſi riconoſcerebbe, e però ſi perderebbe il piacere di eſſa. E ſebbene foſſe di molta ſtima degno colui, che ſapeſſe o dipingendo, o ſcolpendo imitar la natura in un modo perfettiſſimo, pure colle ſue opere moverebbe più toſto l'ammirazione, che il piacere, e

però

però non conſeguirebbe quel principal fine, che ſi propongono cotelle arti.

4 Sebbene però, come abbiamo detto, coll' imitare le coſe a ſegno, che pajano vere, non ſi rechi diletto, non perciò ſi deve conchiudere, che quanto più le pitture, e ſculture ſaranno dal vero diſſimili, tanto più abbiano a dilettare; imperocchè accoſtandoſi all' altro eſtremo ſi perderebbe affatto la imitazione, e con eſſa il piacere, che ne deriva. E' ſempre ſtata difficil coſa l' aſſegnare certi limiti in ciò, che riguarda i ſenſi, e che chiamaſi bello, buono, e dilettevole; pure io non credo di errare, ſe ſono di opinione, che biſogni in queſto genere di coſe, che tanto manchi, e non più il finto dal vero, quanto baſta a far conoſcere ciò, che è. E non baſta, che ciò ſi conoſca in qualunque modo, ma ſi richiede, che quel ſenſo, che ſi paſce, e gode della imitazione, conoſca egli per ſe ſteſſo la imitazione. Perchè ſe io vedeſſi il Laocoonte colorito, quantunque il tatto mi avvertiſſe nel medeſimo tempo eſſere quello un marmo, ciò non ſarebbe ſufficiente a riſvegliare il piacere della imitazione; imperocchè l' animo noſtro ſe tutto ſi abbandona ad un ſentimento per trarne diletto, tanto rimane da eſſo occupato, che indarno gli altri a ſe lo richiamano: come ſe uno aſcoltaſſe un dolce canto, non vedrebbe gli oggetti, che a lui ſi preſentaſſero, e ſe voleſſe riguardarli con attenzione, perderebbe ſe non in tutto, almeno in gran parte il piacere della muſica. Non baſta dunque, che il tatto mi avviſi eſſere una ſtatua quella, che pare a vederla un uomo nudo, ma è neceſſario, che un tale avviſo s' abbia per mezzo della viſta, e però reſtando il colore del marmo, qual diletto non ſi avrà a vedere un marmo, che moſtra ſtanchezza,

rab-

rabbia, e dolore, in ſomma che imita le paſſioni dell' uomo. Nella pittura è aſſai più difficile, che nella ſcultura l' ottenere l' ultimo perfettiſſimo grado d' imitazione, e principalmente perchè dovendoſi colla pittura far apparire un corpo di rilievo colà dove altro non è, che una ſemplice ſuperficie, ſarebbe neceſſario tener conto eſattamente de' gradi diverſi delle tinte, e delle ombre, che appariſcono ne' corpi ſolidi, e con ciò tener dietro ad una varietà quaſi infinita della natura. Se dunque tanto è difficile la imitazione, quelli, che attendono alla pittura, non ſono in iſtato di traſcurare alcuna coſa, che appariſca nel vero per timore, che la imitazione rieſca troppo perfetta, e perciò non ſi può loro perdonare ſe fanno così poco conto delle regole di proſpettiva.

5 Giacchè però la condizione de' pittori è tale da non dover eſſi traſcurare alcuna di quelle coſe, che ſono atte a rendere veriſimili le loro immagini, io crederei, che per piacere maggiormente doveſſero ſcegliere que' ſoli oggetti, che l' arte può imitare, e non tralaſciare di accompagnarli con que' caratteri, che ſi trovano nel vero. Per ciò, che riguarda la ſcelta, egli è fuor di dubbio, che alcuni corpi riſplendentiſſimi o per loro natura, o perchè riflettono gran copia di luce, che talvolta giugne ad abbagliare la viſta, ſaranno aſſai difficili, o piuttoſto impoſſibili da rappreſentare. Come potrà un pittore coll' impaſto di terre colorate far sì, che il dipinto rifletta tanta luce, che raſſomigli il vero; oppure, che vi ſia in pittura la ſteſſa proporzione di luce rifleſſa da queſti, e dagli altri corpi, quale ſi trova negli oggetti ſteſſi? Per ſuperare queſta difficoltà anno alcuni preſo l' infelice partito di meſcolare il vero col finto, ſenza avvertire, che così fac-

cen-

cendo, ſi allontanavano maggiormente da quelle relazioni, che anno gli oggetti. Quando il pittore ſi trovi in queſta neceſſità, ecco il conſiglio, che a lui dà Leonbattiſta Alberti: *Se io vorrò dipingere quella Didone di Vergilio, che avea la Faretra d' oro &c. io non di meno m' ingegnerò d' imitare con i colori più toſto, che con l' oro quella grande abbondanzia de' raggi d' oro, che percota da ogni banda gli occhi dei riguardanti.* Per riguardo agli oggetti, che riflettono una luce men viva, non ſi comprende in vero alcuna impoſſibilità per eſprimerli colle tinte artificiali; ma non per queſto ſi deve credere facile la eſecuzione. I pittori, che conoſcono la difficoltà, che naſce principalmente dai lumi rifleſſi da corpi poſti all' intorno, come ſi diſſe ſul principio della quinta Sezione, procurano, quando il ſoggetto loro il permetta, di ritrarre gli oggetti dal vero, coll' avvertenza però, che il lume provenga ſempre dalla medeſima parte, altrimente ſi ſcorgerebbe nel diſegno, per conto della direzione delle ombre, una manifeſta contraddizione. Il Lauretti, e il Sabbatini, in occaſione di dipingere ſoffitte, come riferiſce Egnazio Dante nei ſuoi comenti alla proſpettiva del Vignola, non permettendo le circoſtanze di oſſervare nel vero ciò, che voleano rappreſentare, per non avventurare a un incerto giudizio la diſpoſizione dei chiari, e degli oſcuri, coſtruivano prima un modello, e collocandolo poſcia in quell' aſpetto di lume, in cui dovea trovarſi la pittura, imparavano a diſtribuire le ombre, e le tinte con quella varietà, che ſola può eſſere capace di rendere il dipinto ſimile al vero. Molti eſempi di queſta pratica potrebbero addurſi de' tempi addietro, ma pochi per noſtra ſventura potremo citarne de' noſtri giorni. Non pretendo con ciò di riprendere i moderni pittori, fra

quali

quali molti ne abbiamo, che ſanno ottimamente tutto ciò, che l'arte richiede; e ſe non uſano quegli artificj, e quelle diligenze, che converrebbono, è perchè non iſperano alcuna ricompenſa proporzionata alla fatica, e dovendo vivere del loro guadagno, ſe maggior tempo ſpendeſſero, non ne ritrarrebbero il neceſſario ſoſtentamento. Pretendo bensì di poter dire con verità, che pochi ſono i conoſcitori, e giuſti eſtimatori delle belle arti, perchè volendo alcuni ornar di pitture le proprie abitazioni, cercano quel dipintore, che è più pronto ad eſeguire, e che può vendere l'opera ſua a minor prezzo. Altri poi ſono, che ſprezzano affatto le pitture, e ſolo ſi compiacciono di vani ſpecchii, e di frivoli intagli con oro, il quale, piuttoſto che ſervire egli ſteſſo d'ornamento, ſarebbe meglio impiegato a ricompenſare chi s'affatica in opere, che eſigono e tempo, e ſtudio, e ſapere. Ciò che ſi è ora detto, riguarda unicamente la proſpettiva aerea; onde per non ſcoſtarmi dalla proſpettiva lineare, di cui ho preſo a trattare, moſtrerò come in certe circoſtanze potrebbe queſta parer fallace per difetto dell'altra.

6 Sogliono i proſpettivi aſſegnare alcune regole intorno al punto di veduta, affinchè le parti de' loro diſegni acquiſtino quella proporzione, che ſembra meglio ſoddisfare. La regola conſiſte in ciò, che la diſtanza dell'occhio dalla parete ſia maggiore dell'altezza del medeſimo ſopra il piano geometrico; perchè chi faceſſe il contrario, il quadro digradato, come eſſi dicono, riuſcirebbe maggiore del perfetto, che vuol dire, il quadro proſpettivo potrebbe talvolta rieſcire maggiore del vero. Per ſpiegar ciò, che ſi vuole intendere con queſto precetto, propongo da conſiderare, che tagliando la parete qualunque piramide de' raggi

viſuali, che ha per baſe la ſuperficie anteriore dell' oggetto, e per vertice l' occhio, quanto più obbliqua ſarà la ſezione, e quanto più vicino ſarà l' oggetto alla parete, tanto maggiore ampiezza acquiſterà la figura, che naſce per tal ſezione, e potrà ſuccedere, che queſta ſuperi l' oggetto ſteſſo. Quelli, che attendono alla pratica, s' accorgono ciò appunto ſuccedere, quando la diſtanza dell' occhio dalla parete ſia maggiore della diſtanza delle figure dal punto principale, e però ſenza altra ſpeculazione convengono, che s' abbia ad oſſervare un tal precetto; e quand' anche le figure proſpettive non rieſciſſero maggiori delle vere, pure ſi farebbero le degradazioni così moſtruoſe, che a niuno parerebbe di riconoſcere da quelle l' oggetto, che rappreſentano. Un' altra ſimile deformità può naſcere per la troppa vicinanza dell' oggetto inſieme, e dell' occhio alla parete, ſenza che v' abbia parte la diſtanza dell' oggetto dal punto principale. Ciò è abbaſtanza noto a quelli, che fanno uſo del vetro ottico, a cui eſſendo un corpo molto vicino, ed altresì molto vicino l' occhio, acquiſtano le parti proſpettive tali proporzioni, che di molto ſi ſcoſtano da quelle delle parti obbiettive. Per queſte diſconvenienze, taluno ſi ſdegna contro le regole, credendo fallace la proſpettiva, la quale eſſendo certa ne' ſuoi principj, non ſi laſcia punto commuovere da quello ſdegno, nè vuol concedere al dipintore alcuna licenza. Giacchè dunque nulla ſi può ottenere dalla proſpettiva, e la deformità potrebbe parere tanta da non eſſere ſoffribile, cerchiamo almeno la ragione, per cui debba eſſere moleſto in pittura ciò, che colle ſteſſe grandezze apparenti, o ſotto i medeſimi angoli a noi ſi preſenta nel vero ſenza deformità. Qui biſogna entrare in una ſpeculazione più filoſofica,

che

che io non vorrei. Conviene riflettere, che l'animo noſtro apprende con facilità le grandezze apparenti, o gli angoli, ſotto cui ſi vedono gli oggetti, o per meglio dire, ne intende facilmente le proporzioni; ma le grandezze apparenti, per ſe ſole non baſtano a far giudicare delle vere grandezze, ſe non ſi conoſce nello ſteſſo tempo la diſtanza, perchè ſotto i medeſimi angoli ponno vederſi due oggetti, che ſieno diſuguali in grandezza, e due oggetti eguali ponno vederſi ſotto angoli diſuguali per cagione delle differenti diſtanze. Ora queſte diſtanze a noi non ſi manifeſtano, ſe non per certe conghietture, che la ſola eſperienza ci ha inſegnate, e che noi facciamo per abito ſenza avvedercene. Imperocchè la chiarezza del lume, la intenſione del colore, la diſtinzione delle parti più piccole, la interpoſizione degli altri oggetti tutte unite inſieme, ci avviſano delle diſtanze, e conciliandoſi poi queſte colle apparenti grandezze, ſi giudica della vera proporzione, che anno i corpi tra loro. Per la qual coſa ſe un pittore vorrà rappreſentare le coſe come ſi vedono, dovrà con molto ſtudio tener conto delle differenze dei lumi, e dei colori, e di tutto ciò, che contribuiſce al giudicio della diſtanza. Trattandoſi di corpi molto lontani dall' occhio, le predette differenze eſſendo aſſai piccole, e forſe inſenſibili, ſarà più facile la imitazione; ma ſe i corpi foſſero molto vicini, come ora li ſupponiamo, oppure ſe occupaſſero uno ſpazio ſulla parete di gran lunga maggiore di quello, che conviene alla loro grandezza, troppo vi vorrebbe per bene imitare il vero; onde mancando quella debita proporzione di lumi, di colori, e quella conveniente diſtinzione delle parti, mancherebbe un' idea, che ſuole avviſarci della diſtanza, che anno i corpi da noi, e allora abbando-

nandoſi l' animo alle ſole grandezze apparenti, formerebbe un giudicio molto diverſo da quello, che richiederebbono le vere grandezze degli oggetti, nel che conſiſte la deformità, che abbiamo poc' anzi accennata. Tanto è vero eſſere il difetto della proſpettiva aerea, e non della lineare, che prendendoſi uno ſpecchio come una pittura, per qualunque ſituazione dell' occhio, e degli oggetti non ſi ſcorgerà alcuna deformità, e pure ſe ſi diſegnaſſero ſulla ſuperficie del vetro tutti i dintorni di ciò, che vediamo per i raggi rifleſſi, ſi troverebbero le ſteſſe moſtruoſe degradazioni nelle parti del diſegno; ma eſſendo perfetta la proſpettiva aerea, non laſcia alcun ſenſo della parete, e però i dintorni, che ſi formano ſopra di eſſa non ponno produrre alcun ſpiacevole effetto nella noſtra immaginazione. Se dunque ne' caſi predetti è tanto difficile l' appagare i riguardanti, dovrà un prudente pittore aſtenerſene, e impiegare la ſua arte in ciò, che a lui promette una più felice riuſcita.

7 Poſſono però le circoſtanze eſſere tali, che ſia impoſſibile l' oſſervare il precetto dato dai proſpettivi; come ſe aveſſe il pittore a dipingere ſopra un muro, da cui non poteſſe per l' anguſtia del luogo allontanarſi l' occhio tanto, che la diſtanza ſuperaſſe o la larghezza, o l' altezza della parete. Ridotti i pittori a queſta neceſſità, per l' abuſo, che ſi fa di queſt' arte, come da principio ſi è detto, anno riſoluto, meſſi a calcolo gl' inconvenienti, di evitare il maggiore. Anno formato i loro diſegni, prendendo un punto di veduta aſſai lontano dalla parete, non oſtante che ſia impoſſibile all' occhio il prendere quella ſituazione, e così ſi aſſicurano, che le parti del diſegno acquiſtano tali proporzioni, che poco ſi ſcoſtano da quelle delle vere grandezze;

ze; onde ſe non ponno dilettare con un quadro di perfetta proſpettiva, potranno almeno ſperare di riſvegliare, ſe non in tutto, almeno in parte, quel piacere, che tutti provano nel vedere un diſegno, che foſſe fatto geometricamente, cioè ſenza le degradazioni della proſpettiva; e dall' altra parte ſono ſicuri di evitare quelle enormi trasformazioni, che naſcono per la troppa vicinanza dell' occhio, le quali, poſto ancora, che per l' ottima eſecuzione della proſpettiva aerea non riuſciſſero deformi a chi ſteſſe ſul preciſo punto di veduta, diverrebbero poi inſoffribili per poco che l' occhio ſe ne allontanaſſe. Nè meno ſarà in arbitrio del pittore il regolare il punto di veduta, trattandoſi di una ſoffitta, o di una volta; e in tal caſo ſe la parete riuſciſſe troppo vicina, e il ripiego, che abbiamo detto, non ſi credeſſe opportuno per diverſi rifleſſi, che ora per brevità ſi tralaſciano, quando al pittore foſſe conceduta la ſcelta dell' argomento, potrebbe dividere la ſoffitta in quel numero di parti, che a lui piaceſſe, e farne come un quadro di ciaſcheduna. A queſto modo ſi regolò il famoſo Tibaldi nel dipingere il volto della camera, che nel palazzo dello Inſtituto ſerve ai pittori di reſidenza nelle loro adunanze. Un altro ripiego ſarebbe quello di reſtringere lo ſpazio per l' argomento, che ſi vuole trattare, col far comparire la ſoffitta più alta con quell' artifizio, che abbiamo ſpiegato nella Sezione VIII., e ciò gioverebbe ancora per dare un ſeſto migliore alla camera, che foſſe troppo baſſa. Quanto ſia difficile l' appagare la viſta, quando l' occhio, per eſſere troppo vicino alla parete, ne vegga le parti eſtreme molto obbliquamente, l' abbiamo poc' anzi dimoſtrato. Avvertiremo ora, che la deformità creſce a diſmiſura, ſcoſtandoſi l' occhio dal punto di veduta,

e più

e più, o meno ſi manifeſta dipendentemente dalla natura degli oggetti, che ſi rappreſentano. Eſſendo il dipinto di quadratura, che finga baſſi rilievi, rabeſchi, e fogliami, le quali coſe non eſigono una preciſa proporzione, nè una determinata collocazione, ſebbene acquiſtaſſero altre apparenze per l' allontanamento dell' occhio dal punto di veduta, non per queſto apparirebbero deformi; e ciò è tanto vero, che chi dipinge coſe tali, non ſi crede in debito di regolare i diſegni, almeno a parte a parte, colla proſpettiva; ma ſe la ſoffitta preſenta all' occhio uno, o più ordini d' architettura con pilaſtri, e colonne, per poco che l' occhio ſi ſcoſti o a deſtra, o a ſiniſtra dal punto di veduta, naſce toſto una confuſione tale, che tutto ſembra rovina, e diſordine. Chi ſente moleſtia per queſto ſconcerto d' idee, non approverà, che il pittore ſcelga da rappreſentare quegli oggetti, che ricreano in un ſol punto della camera, e negli altri offendono la fantaſia. Altri poi ſaranno così amanti della ſemplicità, e di un perfetto accordo fra gli oggetti, che ſembrerà loro, che ripugni il vedere ſopra quattro muri ornati di tappezzerie, e di ſpecchj un portico, un anfiteatro, o altri edificj di queſto genere, e pretenderanno, che il pittore s' appigli ad un oggetto, il quale piaceſſe, quando anche ciò, che è finto, foſſe vero.

8 Oltre alla ſcelta degli oggetti, ed alla conveniente ſituazione dell' occhio, deve procurare il pittore, che ciò, che è dipinto, abbia, per quanto ſi può, tutti que' caratteri, che accompagnano il vero; onde quelli, che fanno le figure o troppo grandi, o troppo piccole, quali non ſogliono produrſi dalla natura, traſgrediſcono alle leggi della imitazione. Per riguardo a ciò, ſi dovrà ſtabilire non doverſi mai dipingere le figure

gure più grandi della ſtatura di un uomo, perchè ſupponendoſi l' oggetto ſempre di là del quadro, la ſua immagine nel piano della parete ſarà ſempre minore dell' oggetto. Perchè però col creſcere la diſtanza di eſſo dalla parete, ſi può quanto ſi vuole impiccolire la immagine, ſarà lecito formar le figure di qualſivoglia piccolezza, purchè però s' abbia riguardo, che eſſendo eſſe aſſai diſtanti, le parti loro più minute ſi perderanno, e altre non ſi laſcieranno vedere con diſtinzione; onde chi per eſprimere un uomo faceſſe una figura piccoliſſima, e così diſtinta in tutte le ſue parti, come ſogliono vederſi gli oggetti vicini, allora quella diſtinzione farebbe concepire l' oggetto vicino, ed inſieme il farebbe concepire aſſai piccolo. Si potrebbe al più concedere qualche licenza al pittore, quando il ſoggetto foſſe di favole, eſſendo lo ſteſſo privilegio accordato ai poeti; ma in alcuni ſoggetti, non ſi può permettere il fingere; e ſe uno vorrà rappreſentare la morte di Ceſare, e far sì che paja a ciaſcuno di vedere quell' azione, o vorrà trattare argomenti aſſai più riſpettabili, come gli Apoſtoli nel Cenacolo, non è lecito ſupporli o giganti, e pigmei.

Preveggo già, che molti non ſi laſcieranno perſuadere da un tal diſcorſo, e crederanno, che appunto per quel naturale abborrimento, che ognuno ha di vedere alterata la grandezza degli oggetti da quella miſura, che ha voluto loro preſcrivere la natura, debbano i pittori, che dipingono ſopra una parete molto lontana all' occhio, come nel volto di una Chieſa, prendere miſure aſſai vantaggioſe, affinchè l' occhio veda il dipinto conforme al naturale, perchè ſe ſi faceſſe altrimente, riuſcirebbero troppo piccole le figure, e talvolta ſe ne perderebbe affatto la viſta. Prima di decidere

ſu queſto punto, parmi, che ſi debba eſaminare e la intenzione del pittore, e l'argomento, che ſi vuol trattare; imperocchè, ſe ciò, che ſi vuole rappreſentare, non è ſoggetto a finzione di favole, e ſe il pittore vuole, e deve far comparire le figure in quello ſteſſo luogo, ove è il muro, ſu cui ſi dipinge, ſiccome gli oggetti colà traſportati apparirebbero piccoli per cagione della diſtanza, non dovrà parer ſtrano, che abbiano a vederſi piccole ancora le figure dipinte, ſe ſi pretende, che eſſe ſieno al vero conformi. Se poi ciò, che ſi rappreſenta non ha alcuna neceſſità di luogo, così che non diſconvenga, che eſſo appariſca vicino all' occhio, allora il pittore potrà avere in viſta quel ſecondo genere di proſpettiva, di cui abbiamo parlato nella II., e III. Sezione, e che ſuppone l'oggetto tra l' occhio, e la parete. Secondo queſta maniera di rappreſentare le coſe, non ſolo dovrà il pittore far le figure più grandi del vero, ma dovrà in oltre procurare con ogni diligenza, che il colorito rieſca aſſai vivo, e caricato, affinchè i raggi, che da eſſo ſi tramandano all' occhio, vi giungano con quella forza, con cui vi giungerebbono ſe partiſſero da un' oggetto vicino. Allora parerà ad ognuno, che contempli il dipinto, di vedere l' oggetto a minor diſtanza di quella della parete, e ſarà principalmente d' ajuto a un tale inganno l' apparente naturale grandezza delle figure. Quando anche foſſe facile al pittore l' ottenere l' intento, non ſo ſe foſſe ſempre lodevole una tale intrapreſa, maſſimamente ſe la pittura ſi frapponeſſe tra gli ornamenti di architettura; poichè eſſendo particolare pregio di queſta il far comparire più ampio, e più grandioſo un edificio, ſe la pittura accoſta gli oggetti, non potrà l' una delle due arti vincere nella noſtra fantaſia, ſenza pregiudicio dell'

altra.

altra. Per una ſimile ragione, non ſarei lontano dal credere, che l' accoppiare le ſtatue cogli ornamenti di architettura giovi bensì a rendere gentile, ma non grandioſo un edificio. Imperocchè ſe nel punto, ove trova comodo lo ſpettatore di fermarſi a contemplare la facciata o di un tempio, o di un palagio, vede le ſtatue di quella grandezza, che appaga la viſta, cioè conforme al naturale, faranno eſſe impreſſione tale nell' animo, come ſe ſi guardaſſe ad un' oggetto vicino, e queſta diminuzione della diſtanza coopera in qualche modo a impiccolire l' edificio, mentre gli ornamenti di architettura vorrebbono anzi produrre un effetto tutto contrario.

9 Sebbene ſieno per parere inutili a molti le queſtioni di queſto genere, non dobbiamo però ometterne una, che trattano i proſpettivi. Cercano eſſi una regola, che inſegni la vera grandezza, che conviene ad una ſtatua, che debba collocarſi o in cima di una colonna, o di qualche edificio, affinchè eſſa compariſca della grandezza naturale, oppure di quella grandezza, che moſtrerebbe una ſtatua poſta a' piedi dell' edificio. Inſegna il Serlio, e prima di lui il Durero, che ſtabilito il punto, in cui ſi fa conto, che ſi fermi, chi vuole contemplare comodamente l' edificio, ſi miſuri l' angolo, ſotto cui apparirebbe un uomo, o la ſtatua poſta a' piedi dell' edificio, e poi ſi cerchi di quale lunghezza ſia una linea, che in cima all' edificio ſottenda lo ſteſſo angolo, e ſono perſuaſi quella dovere eſſere l' altezza conveniente alla ſtatua. Io veramente dubito, che una regola tale poſſa ſempre valere, ſupponendo eſſa, che il giudicio, che ſi fa intorno alle grandezze, non da altro dipenda, che dall' angolo; e pure ſe l' oggetto, che vediamo ſia poſto in ſerie con altri oggetti,

ti, forſe l'angolo non ha la maggior parte nel giudicio, che ſi forma. Sembra, che tutti abbiano ſtabilita una idea della grandezza di quegli oggetti, che la natura produr ſuole preſſo a poco della ſteſſa grandezza, del qual genere ſono gli uomini, e gli animali di ciaſcuna ſpecie. Perciò dirà taluno, io veggo quel tale oggetto della grandezza di un uomo, e queſta aſſerzione ſi farà non ſolo di un' oggetto vicino, ma ancora di un lontano, che s'alzi ſopra il ſuolo, ſia queſto, o non ſia orizzontale, e ſi dirà ancora quando manchi la interpoſizione del ſuolo; come per eſempio avendo alcuno oſſervato una piccola nube, e volendo indicarne la grandezza, dirà, eſſa mi appariva della grandezza di un uomo. Queſta miſura, a cui non abbiamo difficoltà di riferire le grandezze degli oggetti, in qual modo dovrà prenderſi? mentre ſe un uomo alto piedi quattro e mezzo ſarà diſtante dieci piedi, il vedremo ſotto un angolo incirca di gradi venticinque, ed eſſendo lontano cento piedi, ſottenderà un angolo, che non oltrepaſſa due gradi e mezzo. Ora chi vede in cielo una nuvola, e la giudica della grandezza di un uomo, giacchè nella nuvola non ſi può tener conto, che dell' angolo, a motivo, che manca la interpoſizione d'altri oggetti, e con queſta la idea della diſtanza, a quale angolo ſi farà il rapporto fra quelli, ſotto i quali ſiamo ſoliti di veder gli uomini? Prima di decidere la queſtione propoſta dai proſpettivi, parerebbe neceſſario ſtabilire come ſu queſto punto ſi regoli la noſtra immaginazione. Queſte coſe non ſono tanto aliene da qualunque eſperimento, che non ſe ne poſſa per queſto mezzo ricavar qualche lume. Conviene riflettere, che eſſendo un' oggetto viciniſſimo a chi lo riguarda, ſe ſottende un angolo aſſai grande, non può eſſere veduto

duto tutto con distinzione in una sola occhiata, perchè sebbene la potenza visiva si estenda ad un angolo maggiore di gradi novanta, si rendono però le parti più confuse, secondo che esse più si scostano dal punto di mezzo; e per lo contrario la troppa lontananza dell' oggetto dall' occhio non lascia vedere l' oggetto con distinzione, perdendosi le parti più piccole. Per la qual cosa chi vorrà osservare un uomo, e conoscere comodamente la relazione, che anno le parti fra loro, cercherà quella distanza nè tanto piccola, che l' uomo non possa vedersi tutto in una sola occhiata, nè tanto grande, per cui si perda la distinzione delle parti. Quell' angolo, sotto cui si vede allora l' oggetto, oppure quella grandezza della immagine, che allora si forma dentro dell' occhio sulla retina, resterà forse talmente impressa nell' animo, che servirà di misura per gli oggetti lontani. Per far prova se questa mia conghiettura s' accordi colla pratica, ho procurato, che mi sieno indicate due stelle, che per stima di chi le osservava avessero quella distanza fra loro, che sembrasse eguagliare la statura ordinaria di un uomo. Furono scelte due stelle alquanto alte sopra l' orizzonte, acciocchè la interposizione de' corpi terrestri non avesse alcuna parte nel giudicio. Que' medesimi, che aveano osservato le stelle furono parimente giudici della distanza, che ad essi riusciva comoda di scegliere per vedere distintamente un uomo, e per conoscere in una occhiata il rapporto delle sue parti. Non era da aspettarsi un perfetto accordo tra tutti questi giudicj, pure non è tale il divario, per cui non sia lecito il conchiudere, che l' intervallo fra le stelle, espresso in gradi di un circolo massimo condotto per esse, si trovi appunto eguale alla misura dell' angolo, sotto cui l' uomo appariva in quella di-

ſtanza, che era ſtata ſcelta per la più comoda, ad arbitrio dell' oſſervatore. Prendendoſi una miſura di mezzo fra tutti i riſultati, ſi trova l'angolo fra gli otto, e i nove gradi. Dopo queſte rifleſſioni pare, che la grandezza conveniente ad una ſtatua da collocarſi in un dato luogo, debba dipendere dalle circoſtanze del luogo ſteſſo. Imperocchè ſe foſſe tale, che la vicinanza, o la interpoſizione d'altri oggetti non concorreſſe a quel giudicio, che noi formiamo trovandoci nel punto ſtabilito di veduta, crederei allora, che la grandezza ſi doveſſe regolare dipendentemente da un angolo fra gli otto, o i nove gradi; ma quando vi ſia la interpoſizione, e il confronto d'altri oggetti, non ſi può dare una regola generale per tutti i caſi, finchè ſia a noi ignoto il modo, con cui gli oggetti interpoſti agiſcono nella noſtra fantaſia; e il metodo più ſicuro ſarà ſempre quello di oſſervare ciò, che ſuccede in altri caſi ſimili, o di far qualche prova, quando le circoſtanze lo permetteranno. Se ſi trattaſſe di collocare una ſtatua in fondo ad un portico, perchè la ſerie delle colonne, e dei pilaſtri, che accompagnano la viſta anno parte nel giudicio, crederei, che allora ſi doveſſe o poco, o nulla eccedere dalla naturale grandezza, quando ſi pretendeſſe, che eſſa compariſſe della ſtatura ordinaria di un uomo. Volendoſi adornare la facciata di un edificio con nicchie, e con ſtatue dal piede fino alla cima, penſo che tutte doveſſero eſſere della ſteſſa grandezza, perchè ſebbene andando in ſu s'impiccoliſca l'angolo, ſotto cui appariſcono, pure gioverà la ſerie, e il confronto a farle conoſcere eguali. Forſe per queſta ragione non concede Vitruvio, che ſi dia alcuno accreſcimento, per cagione dell'ottica, agli ordini ſuperiori di architettura nell'eſeguire una fabbrica,

ca, acciò eſſi ſieno veduti nella loro giuſta proporzione, baſtando ſolo, che s' abbia riguardo a ciò, che eſige il riſalto delle cornici, coll' aggiungere d' altezza quanto eſſe coprono. Dirò finalmente, che per ſtabilire la conveniente grandezza di una ſtatua da collocarſi ſopra una colonna, conviene aver riguardo alla ampiezza del luogo, all' altezza degli edificii poſti all' intorno, e forſe ancora alla mole della colonna, maſſimamente quando foſſe il luogo aperto da ogni parte, perchè ſebbene le colonne non ſieno di quegli oggetti, che abbiano una determinata, e coſtante miſura, pure non ſiamo ſoliti d' immaginarle d' una ſterminata grandezza, e molto meno ſaremmo diſpoſti a crederle tali, vedendole deſtinate unicamente a ſoſtenere una piccola ſtatua.

E' ſtata ſempre difficile coſa l' intendere quali modificazioni ſieno per ricevere le noſtre idee dalle cauſe eſterne, e però non è maraviglia ſe le ricerche fatte reſtino piene d' incertezza, e d' oſcurità. Se i noſtri ſtudj ſaranno al ſolo fine indirizzati di ſcoprire come ſi trasformino ſulla parete gli oggetti viſibili, trattandoſi allora di ſemplici grandezze, conſiderate come ſono in ſe ſteſſe, ſi avrà un metodo ſicuro per dirigere le operazioni, e quanto riſulta da queſte, reſterà comprovato con evidenza. Saranno ſoggetti ad errare quei ſoli, che penſano di avere in capo le regole di proſpettiva ſenza averle ſtudiate. In ſomma, per ſtar ſul ſicuro, e per non laſciarſi ingannare da certe falſe apparenze, dovrà il pittore, che ſi diſpone a dipingere un quadro, conſigliarſi prima colla proſpettiva, e formare un diſegno, regolando le piante, le grandezze delle figure, e degli altri oggetti coi metodi, che abbiamo ſpiegato. Ciò, che crediamo opportuno quì di aggiungere, riguarda

da il modo di proporzionare la distanza dell'occhio colla grandezza del quadro, perchè sebbene non possa da ciò derivare alcun pregiudicio alla prospettiva lineare, s'incontrerebbero forse altri inconvenienti, a quali è soggetta la pratica. Ma prima siami permesso di fare alcune riflessioni, che giova premettere a quanto mi sono proposto di dire.

1o Nella pittura egualmente, che nella poesia drammatica si deve osservare l'unità della azione, del luogo, e del tempo. Se l'azione non fosse una, la mente verrebbe distratta da più soggetti, che tutti insieme non potrebbe comprendere, e volendo pure comprenderli, sarebbe forzata a meditarne uno per volta, così che applicandosi in ciascun momento a considerare una sola azione, separerebbe in più parti il quadro, e d'uno, ne farebbe molti, la qual divisione pare piuttosto, che appartenesse all'autore. Sarà pure conveniente, che tutto ciò, che è nel quadro, o abbia parte nell'azione, o qualche rapporto ad essa, e che tutto sia proporzionato al decoro del soggetto, che si rappresenta; non altrimente che nelle tragedie, e nelle commedie, nelle quali tutto deve riferirsi alla favola; e siccome in esse vi è il protagonista, intorno a cui si aggira tutta la tragedia, o commedia, così nelle pitture si dovrà mettere in maggior vista quella figura, che rappresenta il principale personaggio del quadro, e che, per così dire, dà moto, e azione agli altri. Tutto ciò appartiene alla invenzione, non alla prospettiva, onde mi basta di averlo brevemente accennato.

Sarà più facile il dimostrare convenire alla pittura l'unità del luogo, di quello che sia facile ai poeti il dimostrarlo per le loro tragedie, o commedie. In fatti se colla pittura si cerca di rappresentare un luogo, che

un'

un' occhio vede, o può vedere tutto in una volta, non ſarà poſſibile contravvenire a queſto precetto, perchè chi nell' operare ſi abbandonerà alle regole di proſpettiva, ſoddisferà al precetto ſenza avvederſene. Queſto sì che biſogna, che il pittore finga un luogo, che ſi adatti all' azione, e non faccia vedere in un tempio i giuochi dei gladiatori, o in una ſala di un palagio il conſiglio degli Dei.

11 Piu facile ancora ſarà il dimoſtrare, che l' unità del tempo conviene alla pittura in un ſenſo aſſai più riſtretto, di quello che s' intenda per le commedie, e per le tragedie. Imperocchè non potendo l' occhio vedere in qualunque iſtante ſe non quello appunto, che allora ſuccede, applicandoſi a contemplare un quadro, ſe ciò, che è finto, dee parer vero, biſogna che le figure ſi trovino tutte nella azione di un medeſimo iſtante; e certamente chi riconoſceſſe diverſità di tempo, rimarrebbe da tal viſta offeſo, e diſguſtato. Per queſta unità di tempo ſi rende manifeſto dovere eſſere il quadro di una mediocre grandezza, affinchè l' occhio il veda tutto in una volta, e goda ad un tempo di quella corriſpondenza, che anno tra loro le figure eſprimenti l' azione di un medeſimo iſtante. Ma gli uomini non anno mai ſaputo contenerſi dentro a certe miſure; ed anno forſe creduto in ciò, che chiamaſi bello, buono, e dilettevole di accreſcere il piacere coll' aumentare il ſoggetto, da cui eſſo deriva; e pure ſuccede per lo più tutto il contrario, dovendo le coſe avere una certa proporzione con i ſenſi dell' uomo, per cui ſono fatte. Se vi è arte al mondo, che ſembri nata unicamente per ſervire al piacere, eſſa è la muſica, e queſta pure ha ſofferto non poco danno, che poichè i moderni anno voluto unire, e concertare molte voci inſie-

ſieme, le anno fatto perdere quella perfetta armonia, che con tanto ſtudio fu ricercata dai greci, per ricuperare la quale non vi ſarebbe altro mezzo, che reſtituire alla muſica l'antica ſua ſemplicità Senza però cercare argomenti da quelle coſe, che niun rapporto anno colla proſpettiva, chi non vede, che l'architettura, quando ſia impiegata ad inalzare fabbriche di una ſterminata grandezza, ſerve piuttoſto all'ambizione, che al piacere, la quale ambizione ſembrami affatto vana, ſe rivolgo il penſiere a quelli immenſi palagi, ove l'uomo, che ne è ſignore, e che non può ingrandire ſe ſteſſo, vi ſi perde per la ſua piccolezza, e vi fa, per così dire, una triſta, e miſerabile figura. Laſciando da parte qualunque altro motivo, che induce gli uomini a coſtruire grandi gli edificii, parmi, che per conto del piacere, che ſi ha in vederli, ſieno in parte inutili, ſe oltrepaſſano quelle grandezze, che i noſtri ſenſi ponno comprendere. Tutti convengono che la famoſa Baſilica di S. Pietro di Roma non appariſce all'occhio così vaſta come è; onde biſogna confeſſare, che per conto del piacere, che ſi ha in vederla, quel di più, che è nel vero oltre all'apparente, ſia ſuperfluo. Nè vale, a mio credere, il dire, che reca piacere il ſaperſi, come ſi ſa da ognuno, che la grandezza vera oltrepaſſa l'apparente, perchè chi prima di vedere quella gran mole, avendo ricevuta notizia della ſua eſtenſione, non per tanto provava egli alcun ſenſo di piacere, come potrà provarlo poi nel vederla, ſe non ne vede la ſua grandezza? Io per me rimarrei più pago, ſe una fabbrica, di qualunque genere ella ſia, mi compariſſe maggiore del vero, perchè allora, in vece di applaudire al numero delle pietre, e dei marmi, che la compongono, farei tenuto a fare applauſo allo ingegno, e all'arte maravi-

glio-

glioſa dell' architettura. Giacchè dunque non ſi aumenta il piacere coll' ingrandire gli oggetti, non è da dubitare, che non s' abbiano ancora ad aſſegnare certi limiti, entro i quali debba il pittore contenerſi nelle miſure de' ſuoi quadri. In fatti ſe ſi vuole profittare di que' vantaggi, che dalla unità dell' azione, del luogo, e del tempo derivano, ſarà neceſſario, che il quadro ſia di tale grandezza, che l' occhio nel punto della diſtanza il veda tutto in una volta con diſtinzione.

12 Stabilita queſta maſſima mi ſono poſto a ricercare in una certa diſtanza dell' occhio da un piano quanta parte di eſſo ſi veda con diſtinzione. Prendendo la coſa con ſommo rigore, e riguardando per centro quel punto, a cui ſi tenea fiſſo l' occhio, ho giudicato, che veggaſi diſtinto ſolamente un circolo, che ſottenda un angolo di due gradi incirca. Per verità, che una tale miſura ſarebbe troppo anguſta per regolarſi nelle grandezze de' quadri; e dall' altra parte ſarebbe troppo ampia quella, che danno alcuni ottici di gradi novanta; imperocchè ſebbene la potenza viſiva ſi eſtenda in qualche modo a tutto ciò, che ſi contiene dentro un tal angolo, pure perchè le parti eſtreme rimangono oltre modo confuſe, nè ſopra di eſſe ſi può formare alcun giudicio, poſſiamo far conto di non vederle. Poichè però diverſi ſono i gradi di diſtinzione, che convengono agli oggetti, ſecondo che eſſi più ſi avvicinano al centro del detto angolo, prima di ſtabilire alcuna miſura ſarebbe neceſſario convenire nel grado di diſtinzione, che ſi pretende. Alcuni autori condotti dal raziocinio più che dalla eſperienza, e ingannati da quella opinione, che allora correa intorno alla ſtruttura dell' occhio, paragonando la grandezza della pupilla colla diſtanza di eſſa dal fondo dell' occhio, anno giu-

dicato, che tutti gli oggetti compresi dentro un angolo di gradi sessanta sieno veduti con distinzione. Altri senza crederssi in debito di assegnare alcuna ragione anno trovato comodo il prendere una distanza dal quadro, che sia in ragione sesquialtera col diametro di esso, cioè tale distanza, che stia al diametro come 3 a 2, la quale proporzione cagiona un angolo incirca di gradi trentasei. E perchè ad altri è piaciuto un angolo ancor più piccolo, si sono serviti di una distanza doppia del diametro. Per alcune prove, che ho fatto concorrerei più tosto col sentimento di quelli, che si appigliano ad una maggior distanza, e mi piacerebbe, che essa fosse per lo meno tripla del diametro; dal che ne risulta un angolo di gradi diciotto. Dentro lo spazio, che comprende un tal angolo appariscono gli oggetti in modo, che si può nel medesimo tempo formar giudicio dell' azione di ciascuno; e sebbene non si ottenga una somma distinzione nelle parti più lontane dal centro, pure per non essere in ciò troppo rigorosi, basta riflettere, che per poco che l' occhio si aggiri, scorrerà sopra il quadro con tanta prestezza, che gli sembrerà di veder tutto distintamente in un medesimo istante. Chiunque troverà ragionevole la grandezza dell' angolo, che abbiamo assegnata, nel che certamente resta qualche arbitrio, data che sia la larghezza, o la lunghezza del quadro, non dovrà mai prendere la distanza dell' occhio più piccola di quella, che colla data misura cagionerebbe un angolo di gradi diciotto; bensì avrà la libertà di prenderla maggiore. Essendo la distanza minima, che si può concedere per il punto di veduta, proporzionata alla larghezza, o lunghezza del quadro, ne segue doversi un pittore astenere dal far quadri molto grandi, perchè la loro grandezza obbli-

ghe-

gherebbe la distanza ad essere tanta, che l' occhio diverrebbe incapace di discernere quello, che il pittore avesse espresso sulla tela. Egli è dunque manifesto esservi certi limiti, che bisogna osservare sì per la grandezza del quadro, come ancora per la distanza dell' occhio.

13 Pare una massima comunemente accettata, che per vedere comodamente un quadro disegnato colle regole di prospettiva, e per riconoscere nelle immagini quella proporzione, che si vedrebbe negli oggetti non solo sia necessario, come altre volte si è detto, che l' occhio si fermi nel punto di veduta, ma in oltre che l' occhio stia rivolto al punto principale, cioè che l' asse ottico si adatti colla linea del raggio principale. Posta questa necessità ne verrebbe, che l' angolo della visione distinta, che abbiamo definito di gradi diciotto, dovesse computarsi tutto intiero solamente quando il punto principale cadesse nel mezzo del quadro; perchè se le circostanze obbligassero di prendere il detto punto da una parte, come per esempio nella linea terminatrice del quadro, allora converrebbe valersi di un angolo di gradi nove, giacchè abbiamo posto il confine in quel grado di distinzione, che si ha ad una distanza dal punto principale, che di quà, e di là sia veduta sotto il predetto angolo di gradi nove. Veramente io confesso di non conoscere alcuna necessità, per cui l' occhio debba stare rivolto al punto principale, parendomi, che basti per non sconcertare le idee, che stia l' occhio nel punto di veduta; anzi non ho difficoltà di asserire, che la direzione più vantaggiosa dell' asse ottico sia sempre quella, che incontra il mezzo del quadro. In fatti se io prendo l' occhio come un punto, la quale supposizione sebbene lontana dal vero, è

però quella, che ammettono tutti i proſpettivi, e che non può produrre alcuna ſenſibile alterazione nelle apparenze degli oggetti; e ſe le piramidi fatte dalle linee viſuali ſi conſervano le ſteſſe per qualunque direzione dell' aſſe ottico, nè meno dovranno cangiarſi, o in menoma parte alterarſi le ſezioni, che ſi fanno dalla parete; con che ſi dimoſtra rimanere ſempre intatta la proſpettiva. Eſaminando io ſu quale fondamento ſia nato un tale pregiudicio, non ſaprei riconoſcere altra cagione ſe non quella, che a noi ſomminiſtrano i pittori qualunque volta ritraggono dal vero. Avendo eſſi l' oggetto dinanzi agli occhi non anno biſogno di condur linee colle regole di proſpettiva, ma il giudicio dell' occhio ſerve di regola; e dovendo traſportare tutti i punti dell' oggetto altri più, altri meno lontani dall' occhio alla ſteſſa piana ſuperficie, è d' uopo, che fingano una parete, a cui riferiſcano i punti dell' oggetto, e come gli anno poi immaginati nella ideata parete formano il diſegno ſulla carta, o ſopra il quadro. La parete, che fingono tra l' occhio, e l' oggetto naturalmente ſi prende come perpendicolare all' aſſe ottico ovunque ſia queſto indirizzato, perchè ſe ſi voleſſe immaginare una differente ſituazione, non baſterebbe il giudicio dell' occhio per formare il diſegno, ma converrebbe eſaminare e tener conto dell' effetto, che cagionaſſe la ſuppoſta inclinazione della ideata parete. Non altro, credo, intende di dire Leonardo da Vinci, quando al capo XXV ſi eſprime nel ſeguente modo *E farai, quando tu ritrai, o che tu movi alcun principio di linea, che tu guardi per tutto il corpo, che ritrai, qualunque coſa ſi ſcontra per la dirittura della principal linea*. Queſta pratica invece di ſtabilire la maſſima, che abbiamo detta, dovrebbe più toſto farci avvertiti, che chi ritrae dal ve-

vero, riferiſce gli oggetti ad una parete non piana, ma sferica, che ha l' occhio per centro. Imperocchè ſe s' immagina il piano di eſſa ſempre perpendicolare all' aſſe ottico, il quale s' indirizza ora ad un punto, ora ad un altro dell' oggetto, è forza che la parete vada cangiando ſituazione ſecondo le tangenti di una sfera, e che eſſa diventi una ſuperficie sferica. Allora tanti eſſendo i punti principali quante ſono le pareti piane, le quali ſono infinite, da qualunque parte ſia rivolto l' occhio, ſi troverà ſempre l' aſſe di lui nella direzione del raggio principale. Perchè poi i diſegni ſi fanno attualmente in una ſuperficie piana, dovrebbero eſſi diſcordare dalle giuſte apparenze quanto importa lo traſportare, come ſi fa, le immagini dallo sferico al piano; la qual differenza ſarà piccoliſſima, e forſe inſenſibile, quando piccolo ſia l' angolo, entro cui reſta compreſo l' oggetto, che ſi ritrae. Chi deſideraſſe conoſcere colla pratica una tale differenza, diſegni prima un oggetto dal vero, e poi diſegni lo ſteſſo oggetto col vetro ottico diſponendo le coſe in modo, che il contorno cada alquanto lungi dal punto principale, e vedrà, che la forma, che acquiſta ſul vetro l' oggetto non ſarà affatto ſimile a quella, che ſi era ottenuta col primo diſegno. Non ſi può mettere in dubbio la fedeltà del vetro ottico, quando non ſi voglia rinunciare affatto alla natura della proſpettiva; onde converrà dire, che ſia fallace il metodo di diſegnare diverſi oggetti dal vero per traſportarli poi ſulla ſteſſa parete. Non è però da condannarſi queſta pratica cotanto utile, e neceſſaria per altri riguardi, purchè s' abbia l' avvertenza, che gli oggetti reſtino compreſi dentro un piccolo angolo, mentre allora non potrà naſcere, come abbiamo detto, una differenza ſenſibile nella proſpettiva, che ſi vuole

ſul-

ſulla ſteſſa parete. Da tutto ciò ſi conferma la utilità, o più toſto la neceſſità di regolare la diſtanza dell' occhio in modo, che il quadro ſottenda un piccolo angolo.

14 Quando ſi vogliono ſtabilire regole per ben operare, ſi conſidera l' obbietto dell' arte, e il ſuo fine, e ſi prende di mira la perfezione, ſenza cui ſarebbero troppo vaghe, e incerte le regole. E per verità ſe i raziocinj, che abbiamo fatto, ſono giuſti, non potrà dirſi perfetta quell' opera, a cui manchi qualcuna delle prerogative, che abbiamo dimoſtrato convenirle; ma non per queſto dovrà riputarſi degna di diſpregio: imperocchè dipendendo la bellezza di una pittura da mille altre prerogative, potrebbero queſte eſſervi in un grado così eccellente, che per eſſe ſole meritaſſe grandiſſima ſtima. Confeſſo bensì di non ſoffrire con indifferenza, che certe regole s' abbiano a riguardar come vane, e da laſciare agl' ingegni ſpeculativi, e che dica taluno, troppo vi vorrebbe a tener dietro a tanti precetti; a me baſta di piacere, che importa poi s' abbia, o non abbia ſoddisfatto alle regole. Forſe ſenza di eſſe ſarà difficile piacere quanto ſi vorrebbe; ma concediamo pure, che l' eſperienza abbia fatto vedere il contrario; io domando qualora un pittore inſegna a' giovani ſtudenti, e dice loro quello ſcorcio non è naturale, quel contorno non è giuſto, quelle ombre non ſono inteſe; che altro ſono queſti inſegnamenti, ſe non precetti dedotti da quel principio, che la pittura ſia una imitazione del vero, ſenza di che niuna forza avrebbero i loro inſegnamenti. Non parmi fuor di propoſito il riferire in queſto luogo ciò, che diſſe il Tiarini in occaſione, che Guido Reni il pregò del parer ſuo ſopra un quadro, che di già avea terminato. Sco-

perſe

perſe il Tiarini un errore di proſpettiva. Guido volendo pure addurre qualche ſcuſa per non correggerlo, altro non ſeppe riſpondere, ſe non eſſere tale l' errore, che per emendarlo, ſarebbe ſtato neceſſario guaſtare tutto il dipinto. Replicò allora il Tiarini, già l' errore fa quello, che voi far non volete. Ma ritornando alla difficoltà maggiore, che s' incontrerebbe nell' operare, qualora ſi voleſſe tener dietro a tutte le regole della proſpettiva, è facile il riſpondere non eſſere queſta una prova della inſuſſiſtenza delle regole. Che poi ſenza di eſſe reſtino abbaſtanza appagati i riguardanti, biſogna eſaminare ſe ciò ſucceda per la perfezione dell' opera, o per difetto di chi ſi fa giudice. Quante pitture abbagliano la viſta di molti per la ſola vaghezza de' colori, i quali ben conſiderati ſaranno il più delle volte indecenti al ſoggetto; e pure per eſſi, ſi rinuncia alla eſattezza del diſegno, alla ſcelta, e alla invenzione. Succede nelle coſe di ſemplice guſto una enorme diſparità di opinioni, la quale però regnerebbe per tutto, ove ha luogo il noſtro giudicio, ſe in molti caſi l' eſperienza non moſtraſſe ciò, che merita la preferenza. Due macchine inventate ad un medeſimo fine darebbero occaſione a molte diſpute, ſe la prova non decideſſe toſto del valore di ciaſcheduna. Quanti critici non deriderebbono i precetti ragionati, che danno gli architetti militari per fortificare un luogo, ſe non moſtraſſe la eſperienza, che i precetti non ſono vani. Pur non oſtante ſiamo ancora ſoggetti ad eſſere ingannati dalla ſteſſa eſperienza; e forſe ſarà avvenuto più d' una volta, che ad una fortificazione male inteſa, e peggio eſeguita avrà dato credito un aſſalitore, che non ſapea l' arte di offendere. Trattandoſi della pittura, e d' altre coſe di queſto genere, nelle quali non

ha

ha luogo l' esperimento, per convincere quelli, che non sanno, e che non vogliono ascoltar la ragione, non credo vi potesse essere mezzo migliore di quello di sottoporre ai loro occhi un confronto, quando fosse possibile di ciò fare, perchè allora vedendo essi lo stesso soggetto eseguito da un Rafaello, o da un Lodovico Caracci sarebbe difficile, che non aprissero gli occhi a un tanto lume.

15 Chiunque resterà persuaso essere molto importante lo studio di prospettiva per ben dipingere figure, non è poi da domandare se sia per crederlo sommamente necessario per ben eseguire i disegni d' architettura. E per verità essendo tanto più facile nelle operazioni di questo genere il mettere in pratica le regole esposte, non parmi che sieno degni di scusa quelli, che le trascurano concedendo un' ampia libertà al loro capriccio, per cui non anno difficoltà di accoppiare insieme in un quadro tante cose, che non potrebbero in alcun modo sussistere, nè essere vedute fuor che dipinte. Quante volte nelle pitture di questo genere si osservano diverse serie di colonne, e d' archi, che sfuggono da ogni parte, e a qualunque angolo fra di loro, così che l' occhio a tenervi dietro si confonde, e si perde come in un labirinto. Il volgo, che suole ammirar più quanto meno intende, fa applauso alla fertilità delle idee; ma se considerasse le cose con riflessione, s' accorgerebbe, che il pittore è stato fertile nel commettere errori. Anzi essendo più facile a chi ha molte idee il trovarne una, che non repugni al vero, e quella scegliere, che sia confacente al soggetto; la pessima scelta, che fanno alcuni, invece di abbondanza mostra la loro povertà. Chi prima di dar mano al lavoro formasse la pianta degli oggetti, non potrebbe incorrere in questi di-

disordini, e allora l'occhio nel riguardare la pittura resterebbe appagato, e troverebbe per concepire le cose la stessa facilità, che trova nel riguardare il vero. Nè in questo genere di pittura si dovrà temere, che la imitazione riesca troppo perfetta, perchè se si rappresenteranno oggetti, che sieno belli per se stessi, quando ancora si perdesse il piacere della imitazione, rimarrebbe quello di vedere gli oggetti, il quale anzi parmi, che crescerebbe vie più allo scemare, o perdersi dell'altro, se pure in ciò è lecito di seguire alcuna proporzione. Giacchè il discorso mi ha ricondotto di nuovo alla imitazione, noterò brevemente, che quantunque essa sia lo scopo principale, a cui tendono le belle arti, a queste però conviene in un modo differente. Nella scultura essendo facile, che il finto paia vero, bisogna che resti nelle statue un certo carattere, per cui l'animo le distingua senza fatica dal vero, e però si tralasciano le tinte, e i colori. Per questa mancanza non perde l'opera di pregio, perchè manca ad una compita imitazione quella parte, che sarebbe la più facile ad eseguirsi. I Pittori di figure non abbisognano di alcun artificio per far conoscere la imitazione; anzi essendo questa molto difficile, o più tosto impossibile da ottenersi per le ragioni dette di sopra, sarebbe per essi un delitto, se non tenessero dietro a tutto quello, che ostenta il vero. Migliore è la condizione di quelli, che dipingono prospettive, a' quali è permesso di portar oltre la imitazione quanto mai possono, quando anche fosse per riuscire perfettissima, purchè però facciano scelta d'oggetti, che piacciano per loro stessi: e in vero se una architettura del Palladio reca diletto, non è da dubitare, che non abbia a piacere se sarà dipinta in modo, che paia vera. Dal

che ſi conoſce quanto importi per dilettare la bellezza degli oggetti: e giacchè queſte belle arti ſi propongono per loro fine il piacere, l' impegno dei pittori non ſarà ſolo d' imitar il vero, ma ancora di ſcegliere quel vero, che per ſua natural bellezza rechi diletto. Per la qual coſa ſe aveſſi a definire la pittura la chiamerei un arte di movere l' animo al piacere colla ſcelta, e colla imitazione del vero: e in fatti ſe gli oggetti foſſero vili, e di niun conto ſi correrebbe pericolo, cercando la perfezione nell' imitarli, d' impiegare l' ingegno ſenza alcun frutto.

16 Per ben ſcegliere come ſi è detto, ſarebbe neceſſario conoſcere ciò, che ſia la bellezza. Molti filoſofi anno rivolti i loro ſtudii a indagarne i principj, ma non ſo poi quanto abbiano colle ſottili loro ricerche contribuito a perfezionare le belle arti. Alcuni anno creduto, che ſiccome un ſenſo ci fa giudicare del ſapore dei cibi, e un altro ſenſo dell' armonia dei ſuoni, così vi ſia un ſenſo in noi, per cui ſi formi giudicio della bellezza; ma non eſſendo uniforme in tutti un tal ſentimento, come l' eſperienza il dimoſtra, non ſarà poſſibile lo ſtabilire alcuna regola generale, per decidere della bellezza degli oggetti. Altri ſono di parere, che la bellezza dipenda da certe proporzioni facili a concepirſi, come quelle, che ſi oſſervano nei tuoni, e nelle conſonanze della muſica. Una tale opinione non ſembrami affatto diſpregievole, come ad alcuni è paruto: parmi bensì eſſere difficile coſa lo ſtabilire alcuna regola ſu tale fondamento; e quelli ſteſſi, che l' anno approvato, indarno poi ſi ſono affaticati per rintracciare le dette proporzioni in tutto ciò, che eſſi riguardano come bello. Altri non riconoſcendo nella bellezza che un nome, pretendono, che il piacere,

cere, che noi proviamo nel vedere gli oggetti, derivi dalla ſola utilità, così che piacciano, e ſieno belle a noi quelle coſe, che ſembrano meglio coſtrutte per quelle funzioni, e a quel fine, a cui ſono deſtinate. Laſciando ora da parte, che due differenti idee del bello, e dell' utile non s' abbiano inſieme a confondere per formarne una ſola, e concedendo, che piaccia ſommamente la utilità, che negli oggetti appariſce, non per queſto ſi toglie la difficoltà di far belli gli oggetti, eſſendo difficile il conoſcere tutto ciò, che meglio conduce a quel fine, che ci ſiamo propoſti. Queſta diverſità d' opinioni, delle quali niuna reſta baſtantemente comprovata, è cagione, che alcuni ſi ſieno indotti a credere, che il bello ſia affatto arbitrario, e tragga la ſua origine più dal coſtume, che da altro principio; e che la educazione, e gli ſtudii abbiano gran parte ne' noſtri giudicj. In fatti, diranno eſſi, ſi approva in un ſecolo ciò, che ſi diſapprova in un altro; ed un Chineſe avvezzo a riguardare con ſtima un certo genere di architettura, diſprezzerà la forma delle fabbriche europee. Un tal diſcorſo non merita d' eſſere approvato, eſſendo diretto a perſuadere, che s' abbandoni qualunque ſtudio, e che tutto ſi commetta alla ventura. Biſogna però confeſſare eſſere ſommamente difficile, ſe non impoſſibile, lo ſtabilire alcun principio evidente, da cui dedurre regole ſicure; lo che proviene probabilmente da ciò, che la bellezza appartiene al ſenſo, e le regole ſono dettate dalla ragione, la quale non ha forſe alcun rapporto, o alcuna miſura comune col ſenſo. In qualunque modo ciò ſia, egli è certo, che dovendo il pittore imitare e ſcegliere, potrà egli ſperare una più ſicura riuſcita nella imitazione del vero, che nella ſcelta del bello a cagione della in-

certezza, in cui ſiamo, ſiccome abbiamo poc' anzi dimoſtrato. I pittori di figure, e di paeſi ſe non vorranno uſare alcuna diligenza per ſcegliere il bello, e ſolo cercheranno d' imitare fedelmente il vero, potranno pretendere di ſoddisfare con ciò, almeno per la principal parte, al debito della loro profeſſione, contenti di quella bellezza, che ſi trova nelle opere della natura: ma i pittori di proſpettiva, ſe vorranno eglino ſteſſi farla da architetti, e non ricopiare fabbriche inventate da altri, dovendo immaginare lo ſteſſo ſoggetto, che vogliono poi rappreſentare ſulle tele, avranno maggior biſogno di conoſcere ciò, che ſia la beltà nelle coſe: onde volendo io qui eſporre alcune mie rifleſſioni, ſarà il diſcorſo per lo più diretto a conſiderare quella bellezza, che è propria delle opere d' architettura.

17 Parrà a prima viſta, che bello ſia tutto quello, che piace; e pure non è conforme all' uſo il ſervirſi di queſto vocabolo ſecondo queſta ſignificazione. Diraſſi bella una ſtatua, e bello un edificio, che oggetti ſono della viſta, come pure diraſſi bello un ſuono, ſe ſia grato all' orecchio, ma non diraſſi bello un odore, quantunque piaccia. Che che ne ſia dell' uſo del parlare, certamente le coſe, che cadono ſotto il ſenſo del vedere, e dell' udire, ſe piacciono diconſi belle; pure non oſtante potrebbeſi inſtituire una queſtione, ſe ſia conveniente ſervirſi ſempre di un tal vocabolo quantunque volta piaccia un oggetto, e ſe il piacere poſſa derivare da altro principio. Sembrerà forſe queſta una queſtione di nome, poichè ſaranno alcuni diſpoſti a chiamar bellezza quel principio, qualunque ſia, da cui deriva in noi il piacere, e a chi dirà loro, che piace ancora la bontà, o ſia la perfezione nell' oggetto, riſponderanno eſſere bella la perfezione: ma ſia

pur

pur bella quanto ſi vuole, ſe io conſiderando eſſa ſola provo piacere, è ſegno, che allora reca piacere la perfezione, e non la bellezza dell' oggetto. Se ſi raccoglie il ſentimento del popolo ſopra una fabbrica, che ſorprenda per la ſua grandezza, pel piacere, che ciaſcuno ſente a reſtare ſorpreſo, e a vedere coſa inuſitata, e grande, la riguarda come bella; e per verità ſe non ha altro pregio, non merita, che ſi dica ſe non ch' eſſa è grande, quando non ſi pretenda, che ſia beltà la grandezza. Per eſempio un portico, che ſia coſtrutto d' un gran numero d' archi, per quel piacere, che ſi ha in vedere una lunga ſerie di pilaſtri, o di colonne, che fanno un vago aſpetto di proſpettiva, ſi dirà bello il portico; lo che forſe niuno detto avrebbe, che aveſſe ſolamente veduto un piccolo numero d' archi. Si eſamini dunque ſe la forma di un arco ſolo piaccia, e allora ſi faccia applauſo all' autore; perchè ſe altra bellezza non vi è nel portico, che quella della lunghezza, niente per eſſa ha cooperato l' ingegno, e l' arte; e col far grandi ſarebbe ciaſcuno capace di far belli gli oggetti. Succede ancor ſpeſſe volte, che una fabbrica per ſe ſteſſa non piacerebbe, ma per eſſere coſtrutta di marmi ſcelti, e d' altri ornamenti arricchita compariſce bella, e chi la vede ſe ne compiace. Eſſa dovrebbe dirſi ricca, e non bella; e quantunque dia diletto ad alcuni, è ſegno che eſſi ſi ricreano alla ſemplice viſta di un ricco oggetto: ma queſta ſorta di bellezza non è in mano dell' architetto, nè a tutti è in potere nel coſtruire fabbriche il farle tali, e quelli, che poſſono farle, ſi guardino di contentarſi di queſto pregio, e di traſcurare quella bellezza, che naſce dalla proporzione, e dalla diſpoſizione delle parti, la quale non riceve pregio

dal-

dalla materia. Ha recato un gran pregiudicio all' architettura l' amore, che naturalmente tutti abbiamo per la novità. Queſta inclinazione ſe ha potuto da principio invaghir gli uomini a perfezionare tutto ciò, che ſerve all' uſo, e al piacere, e trarli da quella ſemplicità, e rozzezza, in cui poſti gli avea la natura, la ſteſſa inclinazione li fa poi traviare dal buon cammino, e in vece di ſeguir l' ottimo dopo di averlo trovato, o d' eſſervi giunti appreſſo, ſe ne allontanano a ſegno, e a tali maniere ſi appigliano, che meglio ſarebbe ricadere nella primiera ſemplicità. Per reſtar di ciò perſuaſi baſta riflettere ai progreſſi di qualunque arte, e particolarmente dell' architettura, oppure baſta che eſaminiamo noi ſteſſi, e ci conoſceremo talmente diſpoſti, che giungiamo a vedere con indifferenza un oggetto, per quanto ſia bello, ſe diviene a noi familiare, e non troviamo piacere, che non ſia in qualche modo congiunto colla novità. Biſogna dunque eſſere cauti per non laſciarſi ſedurre da queſta novità, e dal piacere, che da eſſa deriva, e procurarſi ſul bel principio quella indifferenza ne' noſtri giudicj, che poi ſi acquiſterebbe col tempo. Ora ſe la novità per ſe ſteſſa tanto piace, quali luſinghe non avrà eſſa, ſe ſarà accompagnata ad alcune di quelle forme, che il volgo confonde coll' idea della beltà. Per qual ragione crederemo noi, che abbia piacciuto prima dello riſtabilimento della buona architettura un certo modo di coſtruire le fabbriche, così che pareſſe, che ad ogni momento minacciaſſero rovina. Sottoponevano ad una gran mole colonne tanto piccole, che ſembravano incapaci di ſoſtenerla. Univano archi inſieme, che da una parte rimanevano ſenza ſoſtegno. Studiavano inſomma di far comparire una debolezza, che non vi era, e di oſten-

tare

tare il maſſimo difetto, che poſſa eſſere in un edificio. Forſe la novità dell' oggetto unita alla difficoltà, che ſi credeva nella eſecuzione, e che in noi riſveglia l' ammirazione, erano cagione, che ſi applaudiſſe ad una apparenza, che in vece del piacere avrebbe dovuto movere lo ſpavento, e l' orrore: e ſebbene queſte paſſioni dell' animo ſervano anch' eſſe a dilettare, quando ſono moſſe da finta cagione, in tal caſo però non potrà dirſi, che ſia la cagione al ſoggetto conveniente. Un tal difetto, che è grande in una fabbrica, riuſcirebbe in un certo modo più deforme in pittura: imperocchè nelle coſe, che eſiſtono, abbiamo almeno la eſperienza, che ci aſſicura della loro robuſtezza; ma non potendo l' eſperienza valere nel dipinto, ſarebbe giuſtamente ripreſo un pittore di avere immaginato, e di avere eſpreſſo in tela un oggetto, che ſecondo il noſtro giudicio foſſe incapace di ſuſſiſtere.

18 Chiunque troverà ragionevole doverſi la bellezza in architettura ripetere da altri principj, non ſi contenterà di fare una fabbrica grande, ricca, e ſorprendente, ma vorrà farla bella. Sebbene abbiamo dimoſtrato quali ſieno i pregiudicj, che fanno riguardar come bello ciò, che non è, o non è bellezza dell' arte, non perciò ſi conoſce in che conſiſta la vera beltà. Queſta ricerca quanto è degna della curioſità dei filoſofi, altrettanto è difficile; nè io pretendo di ſtabilire alcun ſiſtema, ma più toſto eſponendo ciò, che io penſo, dare ad altri occaſione di far nuove rifleſſioni.

19 Alcune ſemplici percezioni dell' animo ricreano, e danno piacere ſenza che ſi formi alcun giudicio ſopra di eſſe, o alcun rapporto con altre idee. Chi è, a cui non ſia grato un ſuono, e un altro moleſto; e non anteponga un colore ad un altro; e non ami la luce,

e ab-

e abborriſca le tenebre ? A rendere ragione perchè ciò ſia, ſarebbe d' uopo conoſcere pienamente le oſcure affezioni, e modificazioni del ſenſo, e come per eſſo riſenta l' animo o moleſtia, o piacere. E quando anche il filoſofo giugneſſe ad una perfetta cognizione di coſe tanto aſtruſe, non perciò gioverebbe a chi cerca con arte di ottenere il piacere; mentre non potrebbe far si, che diveniſſe aggradevole ciò, che diſpiace. Deriva ſovente il piacere, o il diſpiacere da un altro principio, cioè dalla combinazione di diverſe idee. Due ſuoni, ciaſcuno de' quali foſſe capace di movere una ſenſazione non diſaggradevole, uniti inſieme ponno divenire moleſti. Molte linee, delle quali ciaſcuna ci preſenta un oggetto indifferente, congiunte inſieme o in un modo, o in un altro formano diverſe figure, che non piacciono tutte egualmente. Ciò eſſendo, ſiccome infinite ponno eſſere le combinazioni delle idee, infiniti ancora ſaranno gli oggetti di piacere; e quelli, che cercano un arte per ottenerli, pare che ad altro non abbiano a rivolgere lo ſtudio, che a ſcoprire le combinazioni favorevoli al noſtro ſenſo. Succede ancora, che prendiamo diletto nel contemplare un oggetto, perchè il troviamo buono, e ben adatto a quel fine, per cui è ſtato fatto; e allora il piacere naſce da rifleſſione, e da raziocinio ſopra la perfezione, che conoſciamo, la quale propriamente dee chiamarſi bontà, e non bellezza. Il confondere inſieme queſti termini, e queſte idee ha dato occaſione a molte vane queſtioni. Il Palladio, ove tratta degli abuſi dell' architettura, condanna il coſtume introdotto di ſpezzare nel mezzo i frontiſpicj delle fineſtre, e delle porte, perchè eſſendo eſſi deſtinati a riparare la pioggia, ſi rendono inabili a quell' officio. Il motivo dunque, per cui ſi diſa-

ſapprovano non è già, perchè ſpezzati eſſi non ſieno belli, potendo non oſtante la forma eſſere vaga, e leggiadra, ma perchè divenuti incapaci di ſervire al loro fine ceſſano d' eſſere buoni. Lo ſteſſo dovrà dirſi di mille altri abuſi, che ſi fanno negli ornamenti d' architettura. Eſſendo la bellezza, e la bontà ſingolar pregio di un edificio, parleremo prima dell' una, e poi dell' altra.

20 Laſciando da parte le idee, che piacciono per ſe ſteſſe io penſo, che la bellezza conſiſta principalmente nell' ordine, quando però ſia tale, che facilmente da noi ſi comprenda. E primieramente conſidero ciò, che ho più volte meco ſteſſo conſiderato, che eſſendo deſcritta una curva con certa regola, e legge coſtante, così che la poſizione di qualunque punto reſti determinata, o ciò ſi faccia per mezzo di una equazione conforme lo ſtile dei matematici, o per mezzo di uno ſtrumento, che obbediſca alla legge propoſta, niuno ſi troverà, che non riconoſca qualche eleganza nella curva, e non ſi compiaccia in vederla deſcritta. Per lo contrario ſe taluno a capriccio, e laſciando operare la mano ſenza regola deſcriverà una curva, ſarà facile, che eſſa rieſca deforme, e ſenza venuſtà. La curva deſcritta a capriccio non ſarà a ſe ſteſſa conforme, come appunto ſuccederebbe qualora ſi uniſſero inſieme archi di diverſe curve come di circolo, di parabola, o d' altro genere, e ſe ne formaſſe una ſola curva, a cui mancherebbe quella legge, che i Filoſofi chiamano di continuità. Mentre l' occhio ſcorreſſe ſulla curva compoſta, come ſi è detto, ſi farebbe qualche violenza alla immaginazione diſtogliendo l' animo ad un tratto da quella diſpoſizione, in cui poſto l' avea l' andare della curva, e da ciò che ſi era propoſto d' incontrare dopo di averne ſcorſo una parte. Sappiamo, che i pittori, che io riguardo

come giudici della bellezza, trovano bella, ed elegante la ſimetria in tutto ciò, che fa la natura. Un fiore, un albero, e qualunque vegetabile come ſi forma egli? Quel meccaniſmo, che regna per tutto, va diſponendo con certe regole qualunque minima particella, di modo che nel compoſto vi ſi trova quella legge di continuità, che abbiamo detto eſſere in una curva. Che ſe l' agricoltore vorrà regolare una pianta a modo ſuo uſando quegli artificj, che l' arte inſegna, per far che eſſa produca frutti migliori, diverrà la pianta più utile, ma non più bella, e perdendo la naturale diſpoſizione delle ſue parti, che dalla continuità non va diſgiunta, ſarà in quello ſtato un oggetto poco aggradevole ad un pittore, e reputato indegno di eſſere imitato in un quadro. In tutto ciò, che ſerve al piacere pare, che pregiudichi quella violenza, che ſoffre la immaginazione, qualora s' interrompe l' ordine, e la continuità. Ponno più degli altri di ciò far fede i maeſtri di muſica, i quali paſſando con artificioſe modulazioni da un tuono ad un altro preparano l' animo a poco a poco, acciò il ſuono non rieſca aſpro e moleſto. Per la ſteſſa ragione non potrà eſſere bello, e chiaro un diſcorſo, ſe le idee, che per eſſo ſi riſvegliano le une dopo le altre, non anno una certa corriſpondenza fra loro, e ſe le precedenti non preparano in qualche modo quelle, che vengono dopo. Ma ritornando agli oggetti viſibili, ſe la legge di continuità rende belli gli oggetti, i profeſſori delle belle arti potranno ſtudiare la bellezza oſſervando diligentemente le produzioni della natura, e aſſuefaccendo gli occhi a quelle forme. Potrebbero forſe ſperare egual profitto dal deſcrivere molte di quelle infinite linee curve, che la matematica addita colle ſue equazioni. Queſta ſcien-

za

za ſebbene ſi moſtri cotanto auſtera ai Filoſofi, ſarà nulladimeno liberale nel ſomminiſtrare nuove forme vaghe, e leggiadre agli amatori della bellezza, e del piacere. L' ordine, di cui ſi parla, non deve ſolamente intenderſi in quelle parti, che ſono aderenti, e fanno un tutto continuato, ma in quelle ancora, che per intervalli ſono ſeparate fra loro. Su queſto principio ſono ſtabilite molte regole d' architettura, come per eſempio, che le parti ſimili di un edificio vadano tutte a terminare alla ſteſſa linea orizzontale; che fra le parti ſimili ſieno eguali gli intervalli, et altre di queſto genere. Mancando quella corriſpondenza, che naſce dall' ordine, oltrechè ſi farebbe qualche violenza alla immaginazione, ſi avrebbe maggiore difficoltà a ben concepire il tutto, e a formarne idea, e noi troviamo piacere nella facilità di concepire le coſe. Convengono tutti eſſere più elegante una figura regolare di una irregolare. Per eſempio un quadrato appariſce più bello di un trapezio. Da che mai può procedere queſta differente bellezza in due figure ſempliciſſime compoſte di ſole linee rette? Pretendono alcuni che ciò provenga dalla facilità, con cui ſi comprendono le proporzioni, che ſi trovano tra i lati, e gli angoli nell' una, e dalla difficoltà, che s' incontra nell' altra; di modo che mi ſarà facile, quando il voglia, immaginarmi un certo quadrato, ma ſe vorrò immaginarmi un dato trapezio, biſognerà, che io richiami alla memoria la lunga ſerie di proporzioni, che vi ſono tra i lati, e tra gli angoli. Un altra ragione potrebbe addurſi per provare, che debba maggiormente piacere un quadrato di un trapezio. Non è già, che io ſtimi di molta importanza il decidere ſulla preferenza di quelle due figure, ma ciò ſervirà per meglio conoſcere l' origine del pia-

cere. Un oggetto, che appariſce fatto con determinazione, e conſiglio, eſige da noi ſtima maggiore di quella, che eſige un oggetto, a formare il quale niuna induſtria vi vuole, niuno ſtudio, niun conſiglio. Pare ſecondo il noſtro penſare, che non poſſa formarſi un quadrato, ſenza che vi concorra una particolare induſtria o della natura, o dell' arte; ma niuna ne appariſce per la formazione di un trapezio, che ſembra poter naſcere da una fortuita combinazione di quattro linee qualunque ſieno. Nel primo trova la mente di che occuparſi nel riconoſcere l' ordine, che conſiſte nella eguaglianza delle linee, e degli angoli; nell' altro, che non è aſtretto ad alcuna determinata proporzione, non reſta luogo ad alcuno eſame. Queſti motivi faranno sì, che io prenda qualche diletto nel contemplare un quadrato, e che lo riguardi come più bello di un trapezio; dal che ſi vede qual potere abbia l' ordine ſopra le noſtre inclinazioni. Per la ſteſſa ragione i Filoſofi, che oſſervano diligentemente le produzioni della natura ſe trovano un ſaſſo, che abbia una forma comune a qualche corpo organico di qualunque genere ſia, o ſe ravviſano in eſſo certi delineamenti, che paiano fatti con arte, toſto l' apprezzano, e il credono degno dei loro muſei. Chiunque conſidera i movimenti dei pianeti, e intende la legge delle loro velocità, le curve, che eſſi deſcrivono, i rapporti, che anno i tempi delle loro rivoluzioni, e le loro diſtanze, ſi ſente rapito da un piacere ſommo, e riconoſce nel ſiſtema una bellezza, che ha del divino; ma ſe rivolge lo ſguardo a contemplare la diſpoſizione, che anno le ſtelle fiſſe, in quella sfera, che agli occhi noſtri appariſce, per quanto ſia prevenuto per la nobiltà dell' oggetto, non chiamerà bella quella diſpoſizione, in cui

non

non comprende alcun ordine, o alcuna ragione di eſſere tale, e che par fatta dal caſo.

21 Oltre a quelle idee, che piacciono per ſe ſteſſe, o per quell' ordine, che con facilità vi ſi ſcorge ſenza che ſoffra l' immaginazione alcuna violenza, io non trovo altra bellezza, poichè quando naſce il piacere dal riflettere come l' oggetto adempia le funzioni, alle quali è deſtinato, allora ſi contempla la bontà, e non la bellezza dell' oggetto, la quale bontà è di tanta importanza, e commove l' animo con tanto potere, che io l' anteporrei alla ſteſſa bellezza. Giacchè però la bellezza ſi manifeſta come a colpo d' occhio a tutti quelli, che anno qualche ſenſo per eſſa, e la bontà ſi manifeſta a que' ſoli, che con matura rifleſſione ragionano ſopra le coſe, il deſiderio, che anno gli autori di piacere ai più è cagione, che poco ſi adoprino per ottenere la bontà, e ſolamente corrano dietro alla bellezza, la quale ſembra tanto più facile da conſeguire, quanto che molti pregiudicj ſtanno a ſuo favore, e fanno riguardar come bello ciò, che non è. Ma della bellezza ho detto ciò, che mi era propoſto di dire: reſtami a parlare della bontà.

22 La bontà, o ſia la perfezione riguarda il fine, per cui ſi fanno le coſe, le quali ſi chiamano buone, e perfette ſe adempiono compiutamente il loro officio, e ſervono al fine, per cui ſono fatte. Certamente ſono buone, e perfette le opere della natura, ma noi non conoſcendone il fine, non poſſiamo nè meno intenderne la perfezione. Per lo contrario le opere, che noi facciamo, e che ſi chiamano opere fatte dall' arte, di rado ſaranno buone per la difficoltà, che vi è di conoſcere i mezzi atti a conſeguire il fine, che noi ſteſſi ci ſiamo propoſto. Una caſa, o un palagio per

eſſe-

eſſere buono deve eſſere comodo ad abitarſi, e vi ſi richiede in oltre ſolidità, e convenienza. Quelli che ſono ſpettatori poco intereſſe ſi prendono per il comodo, e pochi ſono, che eſaminino ſottilmente ſe l'architetto abbia proveduto al biſogno. Reca bensì meraviglia, che l'abbiano per lo più traſcurato quelli, che anno fatto coſtruire gli edificj per loro abitazione, e che la maggior parte dei palagi ſembrino fatti unicamente per celebrarvi pubbliche feſte, e per ſervire a un gran concorſo di popolo. Le nazioni colte d'oltremonti ſono ſtate più diligenti in ciò, e noi potremmo apprendere da eſſe il modo di abitare agiatamente. Gli Italiani ſono forſe troppo traſportati per le coſe grandi; il perchè ciaſcun privato crede convenire alla ſua domeſtica abitazione, non ſenza pregiudicio del comodo, quella magnificenza, che converrebbe unicamente ai pubblici edificj. E' ripreſo da Cicerone un tal coſtume nel libro primo *de officiis*. La caſa, dice egli, deve eſſere d'ornamento al merito, e al grado, ma non ſi deve ripetere tutto il merito, e lo ſplendore dalla caſa.... Un ampia caſa torna in diſonore al padrone, ſe rimane ſolitaria. Molte rifleſſioni potrebbero farſi ſu queſto propoſito; ma io non voglio trattenermi in un eſame, che potrebbe riuſcire troppo minuto, e troppo alieno dal mio aſſunto.

Per ciò, che appartiene alla ſolidità, chi non vede quanto importi, che l'edificio ſia coſtrutto in modo da non temerſi il maſſimo pregiudicio, cioè quello di rovinare? Nè baſta che l'edificio ſia tale, ma biſogna ancora, che appariſca per ſoddisfare chi lo vede; e in ciò parmi, che ciaſcuno ſia giudice così ſevero, che ſe conoſce, che manchi robuſtezza, o ve ne ſia maggiore del biſogno, accuſa l'architetto d'errore, eſſendo

do contrario alla perfezione non ſolo il difetto, ma ancora l' eccesſo. Sarebbe difficile, ſe non impoſſibile, al più eccellente meccanico l' aſſegnare in che conſiſta queſto eccesſo, e queſto difetto, eſſendo il problema inviluppato per tante circoſtanze, che non poſſono determinarſi. Dico bene, che ſe il problema di trovare la ſolidità, o robuſtezza, così che nè eccesſo, nè difetto vi foſſe, poteſſe aſſoggettarſi a quei calcoli, che i matematici adoprono, oltre la bontà, o la perfezione ſi otterrebbe ancor la bellezza; imperocchè dipendendo queſta dalla corriſpondenza delle parti, la quale trovaſi ovunque regna quella legge di continuità, che abbiamo detta, è forza, che la bontà ſtabilita con tal preciſione ſi tragga dietro ancor la bellezza. Parmi che a queſto modo la intendeſſe Cicerone ove dice nel terzo libro *de Oratore*, che quelle coſe, che contengono in ſe ſteſſe grandiſſima utilità, anno ancora altrettanto di dignità, e di bellezza. Laſciando da parte le opere della natura, e conſiderando quelle, che ſono fabbricate dall' arte, qual coſa, dice egli, è più neceſſaria ad una nave, che i lati, la carena, la prora, la poppa, le antenne, le vele, gli alberi, le quali coſe anno tale venuſtà, che non ſembrano inventate ſolamente per ſervire all' uſo, ma ancora al piacere. In fatti qualora ſia la nave ben coſtrutta al fine, per cui è fatta, di modo che niuna parte o ecceda, o manchi al biſogno, tale corriſpondenza vi ſarà tra le parti, e tal proporzione, qual ſi richiede, acciocchè regni per tutto la bellezza. Aggiunge in oltre, che la neceſſità di ſcolare le acque, che piovono, ha fatto al tempio di Giove Capitolino una cima, o frontiſpicio, avendogli con ciò recato e dignità, e bellezza: che ſe foſſe il tempio traſportato in cielo,

ove

ove biſogno non vi ſarebbe di difenderlo dalla pioggia, ſenza la cima perderebbe la ſua dignità: con che inſegna quel grande oratore a diſtinguere la bontà, e la bellezza nelle coſe, e moſtra di apprezzare contro il rigido parere di molti una bellezza ſenza utilità.

23 Eſſendo impoſſibile di definire in termini preciſi la conveniente robuſtezza di un edificio, dovremo contentarci di ciò, che ne inſegna la eſperienza, non traſcurando certe regole generali, che moſtra la ragione. Qual coſa può eſſervi più conforme alla ragione di queſta, che per conto della ſolidità debba eſſere il pieno ſopra il pieno, e il vuoto ſopra il vuoto; che la maggior robuſtezza ſia nei fianchi, dovendo eſſi tenere inſieme unite le altre parti; che ove ſieno diverſi ordini d' architettura il più maſſiccio, e peſante ſtia di ſotto, e di ſopra il più gentile, e leggiero; che niente reſti abbandonato, e ſenza ſoſtegno, oppure che niun ſoſtegno vi ſia ſenza biſogno. Da queſta regola ſi rende manifeſta la ragione, per cui anno biaſimato i buoni architetti l' inalzare archi ſopra colonne; imperocchè terminando il piede, o impoſta dell' arco in un quadrato, ed eſſendo la colonna rotonda, o il quadrato ſpunta fuori cogli angoli dalla circonferenza del circolo, che è ſezione della colonna, e allora rimane ſenza ſoſtegno una porzione dell' arco, o il quadrato reſta inſcritto nel circolo, e allora quattro ſezioni del fuſo della colonna rimangono inutili non avendo, che ſoſtenere, con che ſi manca alla perfezione in eccelſo, ove nell' altro ſuppoſto ſi mancherebbe in difetto. Queſte et altre regole ſi deducono dal medeſimo principio, le quali ſono le più importanti da oſſervarſi come quelle, che riguardano la debita ſolidità tanto neceſſaria ad un edificio.

24 Non è da disprezzarsi la convenienza. Per convenienza io intendo, che l' edificio mostri d' essere quello, che è, o si pretende, che sia. L' architettura è nata dalla imitazione delle antiche, e rozze capanne prime abitazioni degli uomini. Chiunque vorrà indagare la ragione, per cui da principio si sieno indotti gli architetti ad usare gli ornamenti, che si praticano, facilmente riconoscerà questa imitazione. Veggasi ciò, che ne anno scritto gli autori. Ci diranno essi, che le colonne altro non sono, che quei tronchi d' alberi piantati sul suolo per sostenere un coperto; che l' architrave fa le veci di un legno disteso orizzontalmente sopra i predetti tronchi; che il fregio corrisponde a quella mostra, che farebbero le punte dei travicelli, che formano la soffitta; che la cornice spunta fuori a guisa di un tetto per difendere l' abitazione dalla pioggia; e che la pendenza del tetto ha insegnato a costruire il frontispicio. In quanto poi alle parti più piccole io ben volentieri convengo nel sentimento di Leonbattista Alberti, *che l' architetto abbia preso dal pittor solo le cimase, i capitelli, le basi, e tutte le altre così fatte lodi degli edificj*. Chi usa degli ornamenti pregiudicando all' officio, che debbono prestare per ben servire alla imitazione, contravviene alla convenienza, e merita disapprovazione. Per esempio alcuni architetti non anno avuta difficoltà di far sì, che una finestra interrompa un architrave; che se l' architrave fosse ciò, che mostra di essere, non potrebbe più sostenersi, e però chi contravviene a questo modo alla imitazione, sconvolge il sistema delle nostre idee, e se non altro offende l' apparente solidità, e questo basta, perchè debba a ciascuno essere molesta una tale apparenza. Chi si avvezza a ragionare su

tali principi, fa ancora l' abito di disapprovare questi difetti senza molta riflessione, e tosto sente quel dispiacere, che provasi a vedere una cosa non buona. Per questa convenienza, di cui si parla non ponno tutti gli ornamenti convenire egualmente a qualunque edificio, il quale dovendo al di fuori mostrare per quanto può ciò, che è, conforme al sentimento dei più valenti architetti, nell' esterno dovranno essere differentemente costrutti un tempio, un palagio, una dogana. Ponno ad un palagio convenire diversi ordini di architettura uno sopra l' altro corrispondenti ai diversi piani della interna abitazione, ma non si confanno ad un tempio, che nell' interno non resta diviso. Una dogana esige maggior robustezza quale non converrebbe nè a un palagio, nè a un tempio. Insomma bisogna procurare, che una fabbrica riesca o gentile, o nobile, o robusta, o magnifica secondo l' uso, a cui è destinata. I Greci ridussero gli ordini a tre sole specie. Una di queste apparisce robusta, che fu detta dorica; una nobile, che dissero ionica; ed una gentile, che è la corintia; e di queste non se ne servivano indistintamente, ma quella sceglievano, che alle circostanze meglio si conveniva. Si persuaderà taluno, che per rendere magnifico un edificio giovino i molti ornamenti, e l' accoppiare insieme quanti ordini più si può d' architettura, e pure gli ornamenti, se sono alquanto minuti, pregiudicano alla magnificenza, la quale io penso, che consista in ciò, che sieno grandi le parti, che compongono il tutto, siccome la bellezza dipende dalla loro proporzione. Sia pur grande quanto si vuole una fabbrica; per troppo dividerla riusciranno piccole le sue parti, e mentre l' occhio si ferma a contemplare ciascuna di esse, resterà l' animo

co-

occupato da idee corriſpondenti a' piccoli oggetti; ma per lo contrario eſſendo le parti in minor numero, e per conſeguenza di maggiore eſtenſione, ovunque ſi fermerà l' occhio troverà, che tutto parla a favore della grandezza, e della magnificenza.

25 Trattandoſi della bontà non ſembra difficile lo ſtabilire certi principj, che ſervano di fondamento a ben operare; nel che però conviene uſare moderazione, perchè a forza di ſottigliezze ſi arriva a diſapprovare ogni coſa. Un moderno Franceſe condanna nelle fabbriche gli archi, e i pilaſtri, e altro non ammette, che architravi, e colonne; mentre un Italiano dichiarandoſi a favore di quelli vorrebbe queſti sbanditi affatto dalla architettura. L' uno, e l' altro s' intereſſa per la ſolidità della fabbrica, ma il raziocinio porta ciaſcuno a conſeguenze affatto diverſe. Io non voglio ora eſaminare le ragioni dell' uno, e dell' altro; dirò ſolamente, che queſte nuove opinioni, che tendono a diſtruggere l' antica, e per tanto tempo approvata architettura, naſcono da quel principio, che tutto debba riferirſi all' uſo, e che s' abbia a diſprezzare una bellezza, che non porti ſeco qualche utilità; la quale bellezza, ſe move l' animo al piacere, e ſerve a dilettare, non ſo perchè s' abbia a riguardar come inutile. Con queſto modo di penſare ci riconducono a poco a poco alla primiera ſemplicità, che tanto commendano, e vogliono far credere, che in eſſa conſiſta ogni beltà. Ma che intendono mai quelli, che dicono non potere eſſere perfetta la bellezza, ſe non ſia ſemplice? Imperocchè ſe più ſemplice dovrà dirſi quell' oggetto, che meno è ornato, colà dove non foſſe alcuno ornamento, ivi trovandoſi la maſſima ſimplicità, vi ſarebbe ancora una perfetta bellezza; e per

queſto conto un muro ſchietto, e privo di qualunque ornamento dovrebbe parer più bello di qualunque ſtudiata architettura. Che ſe la ſemplicità riguarda più toſto quella corriſpondenza fra le parti, per cui rieſce a noi facile il comprendere l' ordine, e il formare idea del tutto, allora la ſemplicità non dipenderà dal minor numero degli ornamenti; anzi ſe molti poteſſero accoppiarſi inſieme ſenza recar confuſione, ſi aggiungerebbe alla ſemplicità un maggior grado di bellezza. Conviene bensì avere riguardo, che gli ornamenti non ſi oppongano alla bontà; perchè ſebbene mancando queſta non ceſſi d' eſſere bello l' oggetto, ceſſerà però d' eſſer buono; e noi ſopra tutto dobbiamo cercare la bontà nelle coſe. A' noſtri giorni ſono uſciti dalle ſtampe libri in gran copia, che trattano d' architettura, e pure l' architettura è molto decaduta da quella eccellenza, in cui era ne' paſſati ſecoli. Che dovrà dunque dirſi? Che il ragionare pregiudichi all' arte? Io non voglio far queſto torto alla ragione, e crederò più toſto, che ciò provenga da altra cauſa. La maggior parte de' libri, che ora eſcono al pubblico, non ſono ſcritti da' profeſſori, ma da quelli, che chiamanſi dilettanti, lo ſtudio de' quali non oltrepaſſa le aſtratte ſpeculazioni della teorica; ma ne' paſſati ſecoli erano eglino ſteſſi gli architetti e ſcrittori, e filoſofi. Manca agli uni la pratica, e quelle cognizioni, che per eſſa ſi acquiſtano; e dall' altra parte molti de' profeſſori moderni non ſono troppo avvezzi a ragionare, perſuaſi che le aſtratte ſpeculazioni ſieno non ſolo ſuperflue, ma nocive alla pratica. I primi più ingegnoſi a promovere dubbj, che a riſolverli, non oſerebbero intraprendere coſa alcuna per le molte difficoltà, che incontrano per tutto; e i ſecondi, che omai ricuſano di aſſoggettarſi

tarſi a qualunque legge, credono troppo facile qualunque intrapreſa. Fino a che ſaranno diviſe queſte facoltà, non vedremo riſorgere le belle arti, che ſono ſtate il decoro dell' Italia, come un tempo lo furono della Grecia.

INDICE
DELLE SEZIONI

E delle cose principali, che in esse si contengono.

SEZIONE I. Che contiene le definizioni.

CHe debba intendersi per nome di Prospettiva. Prospettiva di un punto, di una linea, e di una superficie. §. 1, 2.

Prospettiva lineare Prospettiva aerea. §. 3.

Piano geometrico. Punto di veduta. Altezza dell' occhio. Punto della stazione. Piano della prospettiva, o tavoletta, o parete. Linea della terra, o linea fondamentale, o linea del piano. Punto principale Raggio principale. Linea orizzontale. Punto obbiettivo. Pianta, o icnografia di un punto. Altezza, o ortografia di un punto. Punto d' incidenza. Pianta di una linea. Pianta di una superficie. Pianta di un solido. §. 4.

Prospettiva di un altro genere meno praticata. §. 5.

SEZIONE II. Della Icnografia.

COme si trovi la prospettiva di un punto segnato sul piano geometrico. §. 1, 2.

Punto della distanza. §. 2.

Si spiega la ragione per cui gli oggetti nel disegno permutano la loro situazione dalla sinistra alla destra, e vicendevolmente. §. 3.

Tutte le linee perpendicolari alla fondamentale esistenti-

ſtenti ſul piano geometrico concorrono in proſpettiva al punto principale. §. 4.
Tutte le linee, che fanno angolo ſemiretto, concorrono al punto della diſtanza. §. 5.
Tutte le linee parallele alla detta linea fondamentale rimangono ad eſſa parallele nel piano di proſpettiva §. 6.
Punti particolari, o accidentali. §. 7.
Trovare la proſpettiva di un punto ſegnato ſul piano geometrico conforme l' altro genere di proſpettiva meno praticata. §. 8, 9.

SEZIONE III. Della Ortografia.

COme ſi trovi la proſpettiva di un punto ſuperiore al piano geometrico. §. 1, 2.
Si dà un metodo per trovare la proſpettiva di qualunque punto obbiettivo ſenza che biſogno vi ſia di deſcrivere ſulla parete la pianta, e l' altezza di eſſo punto. §. 4.
Trovare la proſpettiva di un punto ſuperiore al piano geometrico conforme l' altro genere di proſpettiva meno praticata. §. 6.

SEZIONE IV. Della Proſpettiva delle linee convergenti, e delle linee parallele.

TRovare ſulla parete il punto di convergenza delle linee obbiettive, che concorrono ad un medeſimo punto §. 1, 3.
Eſſendo il punto a cui concorrono le linee obbiettive in un piano, che paſſi per l' occhio, e che ſia parallelo alla parete, le linee proſpettive non ſaranno convergenti, ma parallele tra loro §. 3.
Si applica il metodo delle linee convergenti alle linee parallele per trovare il punto ſulla parete, a cui con-

concorrono le linee proſpettive §. 6.
Modo facile di diſegnare una ſerie di Frontiſpicj rettilinei tra loro ſimili, come quelli delle fineſtre di un medeſimo ordine d' architettura. §. 7.
Si conſidera in termini generali qual luogo debbano avere nel piano di proſpettiva i punti particolari, o accidentali per la diverſa ſituazione delle linee obbiettive fra loro parallele. §. 8, 11.

SEZIONE V. Della Proſpettiva delle ombre.

OMbra coſa ſia, e quale ſignificazione abbia queſto termine preſſo i Pittori. §. 1.
Chiaro oſcuro, ombre ſfumate, sbattimenti. §. 2.
Qual ſia la figura dell' ombra di un corpo ſferico eſpoſto ad un punto lucido, e qual parte di eſſo globo riceva maggior lume. §. 3.
Si ſpiega la natura della penombra ſupponendo in primo luogo che un corpo reſti illuminato da due punti lucidi, e in ſecondo luogo che la luce provenga da più punti, che tutti inſieme formino una ſuperficie eſteſa, come quelle ſono di tutti i corpi riſplendenti. §. 5, 7.
Si determina geometricamente l' ombra di una linea qualunque ſopra un piano, dal che ſi ne raccoglie il modo di determinare l' ombra di un piano, e quella di un ſolido. §. 8.
Modo di deſcrivere ſpeditamente le predette ombre nel piano di proſpettiva. §. 9, 14.

SEZIONE VI. Della Proſpettiva delle linee curve.

COme ſi diſtinguono le quattro curve, che naſcano per le diverſe ſezioni di un cono, cioè il cir-

colo, la elliſſe, la parabola, e l' iperbole. §. 2.
Che le predette curve, o ſezioni coniche ponno eſſere una proſpettiva dell' altra. §. 3.
Una iperbole deſcritta in proſpettiva può trasformarſi in ciaſcuna delle quattro ſezioni coniche. §. 5.
La proſpettiva di una parabola poſta di là della parete può eſſere o circolo o elliſſe, o parabola. §. 7.
Se la parabola non reſta tutta intiera di là della parete, può trasformarſi colla proſpettiva in ciaſcuna delle quattro ſezioni coniche. §. 8.
Lo ſteſſo dee dirſi del circolo, e della elliſſe; ma quando queſte due curve reſtano di là della parete non poſſono eſſere le loro proſpettive che circolo, o elliſſe. §. 9.
Qual poſitura debba avere riſpetto all' occhio un circolo giacente ſul piano geometrico, affinchè la proſpettiva di eſſo ſia circolo §. 11.
Con metodo generale ſi preſcrivono le miſure, che ſi anno a prendere nel formare un diſegno acciò rieſca circolare la proſpettiva di un circolo, il cui piano ſia in qualſivoglia modo inclinato al piano della parete. §. 13.
S' inſegna un modo facile, e ſpedito per deſcrivere eſattamente la proſpettiva di un circolo giacente ſul piano geometrico colla projezione di ſoli tre punti del detto circolo. §. 19.
Si fà uſo dello ſteſſo metodo per deſcrivere la proſpettiva di un circolo verticale. §. 20.
Si dà un metodo generale per deſcrivere colla projezione di ſoli tre punti la proſpettiva o di un circolo, o di una elliſſe ſituata in qualſivoglia modo riſpetto alla parete. §. 21.

SEZIONE VII. Della Proſpettiva de' corpi regolari.

CHe ſia un corpo, o ſolido regolare. §. 1.
Si ſpiegano alcune principali proprietà de' corpi regolari. §. 2.
Si conſidera il ſolido come iſcritto ad una sfera, e la ſituazione delle facce di eſſo riſpetto alla sfera. §. 3.
Eſſendo dato il diametro della sfera, a cui reſta iſcritto il corpo regolare, ſi cerca la proſpettiva di eſſo corpo ſupponendolo collocato con una ſua faccia ſul piano orizzontale.
Proſpettiva del Tetraedro. §. 5.
Proſpettiva dell' Ottaedro. §. 7.
Proſpettiva dell' Eſaedro detto comunemente Cubo. §. 8.
Proſpettiva dell' Icoſaedro. §. 9.
Proſpettiva del Dodecaedro. §. 10.
Metodo generale per qualunque poſitura del corpo regolare, di cui ſi voglia la proſpettiva, e ſi da un eſempio nell' Ottaedro. §. 12,13.
Dopo le precedenti ricerche, per le quali ſi ſupponeva dato il diametro della sfera, a cui ſta iſcritto il ſolido, ſi ſciolgono gli ſteſſi problemi ſupponendo cognito non più il diametro della sfera, ma il lato del corpo regolare. §. 14.

SEZIONE VIII. Della Proſpettiva delle ſoffitte, e delle ſcene.

LA proſpettiva delle ſoffitte, e delle ſcene non è in ſoſtanza differente da quella, di cui ſi è parlato nelle precedenti ſezioni; bensì conviene aver riguardo ad alcune particolari circoſtanze, che neceſſaria-

mente accompagnano queſta proſpettiva. §. 1.
Artificio che ſuole praticarſi per far comparire più alta la ſoffitta di una camera. §. 2.
Metodo pratico per compartire il diſegno di ciò, che ſi vuole rappreſentare ſopra una ſuperficie curva, o volta di una camera. §. 3, 4.
Foro della ſcena; inclinazione, e fronte del Palco. §. 5.
Si dà un metodo pratico per diſegnare ſul palco la pianta di quell' edificio, che ſi vuole rappreſentare come collocato ſopra un piano orizzontale. §. 6.
Stabilita la inclinazione del palco, e l' altezza dell' occhio non può eſſere arbitraria la profondità della ſcena, ma dee contenerſi entro certi limiti, che ſi preſcrivono. §. 7.
Ogni telajo della ſcena ſi riguarda come un piano di proſpettiva; indi ſi dimoſtra quale inconveniente ne verrebbe ſe il telajo non foſſe collocato ſul palco in quel luogo ove cade la pianta dell' oggetto da rappreſentarſi. §. 8.

SEZIONE IX. Metodo per deſcrivere in proſpettiva qualunque oggetto ſenza valerſi della pianta geometrica.

DEſcritta ſulla parete una linea qualunque ſi vuole condurre un' altra linea tale, che l' angolo compreſo ſia proſpettiva di un angolo dato eſiſtente ſopra un piano orizzontale. §. 2., 3.
Sopra una data linea diſegnata ſulla parete deſcrivere la proſpettiva di un triangolo, di cui ſieno dati gli angoli. §. 4.
Trovare la proſpettiva di due linee obbiettive delle quali ſia data la proporzione, e che ſieno parallele tra loro, e orizzontali oppure verticali. §. 6.

Si

Si risolve lo stesso problema per quelle linee orizzontali, che non sieno tra loro parallele. §. 7,10.

Sopra una data linea prospettiva si vuole costruire una figura, che sia prospettiva di un dato poligono; e in fine si dà un esempio col descrivere la prospettiva di un poligono regolare. §. 11.

Con simile metodo si può descrivere la prospettiva di qualunque curva, che giaccia sopra un piano orizzontale. §. 12.

Data la ragione di due linee delle quali l' una sia orizzontale, e l' altra verticale facilmente si trova la lunghezza apparente di ciascheduna. §. 13.

Si spiega l' ordine della costruzione per eseguire la prospettiva di un solido situato sopra un piano orizzontale, e retto sopra la base. §. 14,16

Si descrive la prospettiva di un dato prisma obbliquo. §. 17.

Con una facile costruzione si trova la prospettiva di qualunque circolo verticale. §. 19.

Si dimostra la pratica del metodo spiegato in questa sezione per disegnare la prospettiva di un dato edificio. §. 20,24.

SEZIONE X. Data la Prospettiva si cerca il punto di veduta, la pianta geometrica, e l' altezza vera dell' oggetto.

IL problema proposto resta indeterminato se non s' aggiungono altre condizioni, le quali saranno accennate dopo di avere sciolti alcuni problemi meno generali. §. 1.

Essendo data la prospettiva, e il punto di veduta trovare la pianta, e l'altezza vera dell' oggetto. §. 2.

Data la Prospettiva, e dato l' oggetto si cerca il punto di veduta. §. 6.

Per mezzo di alcune conghietture fondate sulle regole d' architettura si determina in una data Prospettiva

la linea orizzontale. §. 8.
Stabilita la linea orizzontale coll' ajuto di due angoli retti nell' oggetto, de' quali ſia data la proſpettiva, ſi trova il punto principale, e quello della diſtanza. §. 9., 11.
Si ſcioglie lo ſteſſo problema ſe in vece di due angoli retti foſſèro cogniti nell' oggetto due angoli uno retto, e l' altro ſemiretto. §. 12., 13.
Per definire il punto di veduta ponno egualmente ſervire due angoli nell' oggetto di qualſivoglia grandezza. §. 14., 17.
Nelle ricerche fatte nei precedenti paragrafi ſi è tenuto conto degli angoli obbiettivi deſcritti in un piano orizzontale. Lo ſteſſo potrà eſeguirſi colla notizia degli angoli deſcritti in un piano verticale. §. 18.
Finalmente ſi tratta il problema ſecondo i termini generali co' quali da principio è ſtato propoſto. §. 20.

RAGIONAMENTO ſopra diverſe queſtioni appartenenti alla Proſpettiva.

Quanto ſia neceſſaria la ſcienza della Proſpettiva a chi ſi applica allo ſtudio del diſegno. §. 1.
Nello ſtabilire il luogo di un quadro ſuccede ſpeſſo che ſi pregiudichi alla proſpettiva. §. 3.
Si perde il piacere della imitazione ſe queſta divenga perfetta. §. 3, 4.
Avvertenze neceſſarie perchè la imitazione non rieſca troppo difettoſa. §. 5.
Per qual ragione la proſpettiva in certe circoſtanze apparisca a noi moſtruoſa. §. 6.
Ripieghi, che ſogliono praticarſi per isfuggire quella deformità, che apparir ſuole per la troppa vicinanza dell' occhio alla parete. §. 7.
Non è lecito in un quadro far le figure di una arbitraria grandezza. §. 8.

Si

Si esamina quale grandezza convenga ad una statua da collocarsi sopra una colonna, o altro edificio, perchè essa apparisca agli occhi dei riguardanti della grandezza naturale. §. 9.

Nelle pitture si deve osservare l'unità dell'azione, del luogo, e del tempo. §.10,11.

Giova proporzionare la distanza dell'occhio colla grandezza del quadro. §. 12.

Si dimostra non essere necessario, come alcuni anno creduto, il supporre, che l'occhio dello spettatore stia sempre rivolto al punto principale. §. 13.

Quando si vogliono stabilire regole per ben operare si considera l'obbietto dell'arte, e il fine, e si prende di mira la perfezione. §. 14.

Essendo assai facile la pratica delle regole spiegate non sono degni di scusa quelli, che disegnando opere d'architettura non ricorrono alle regole della prospettiva; e in fine si parla di nuovo della imitazione. §. 15.

Si distingue la bellezza, e la bontà nelle opere d'architettura, e si tratta dell'una, e dell'altra. §.16,23.

	Errori	Correzioni
Pag. 3	*lin.* 13 ſulla parte	ſulla parete
4	*lin.* 30 piano	pianta
6	*lin.* 23 dalla parete	della parete
20	*lin.* 1 che ſtà	che ſtia
105	*lin.* 23 ſopra la linea	di ſopra la linea
120	*lin.* 14 oggetti	aggetti

Si avverte che per errore mancano i numeri ad alcuni paragrafi del Ragionamento che ſegue immediatamente dopo le Sezioni.

Vidit D. Paullus Joſephus Scatti Clericus Regularis S. Pauli, & in Eccleſia Metropolitana Bononiæ Pœnitentiarius pro Eminentiſſimo, & Reverendiſſimo Domino D. Vincentio Cardinali Malvetio Archiepiſcopo Bononiæ, & S. R. I. Principe.

Die 15. *Februarii* 1766.

IMPRIMATUR.

Fr. Joſephus Maria Pettoni Vicarius Generalis Sancti Officii Bononiæ.

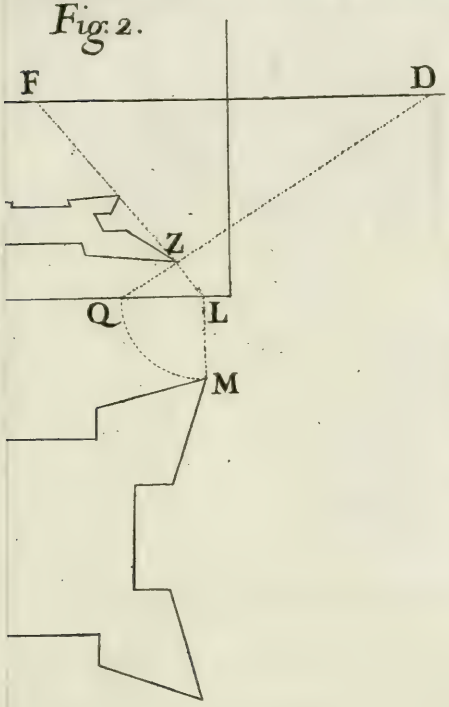


Fig. 2.
F
D
Z
Q
L
M

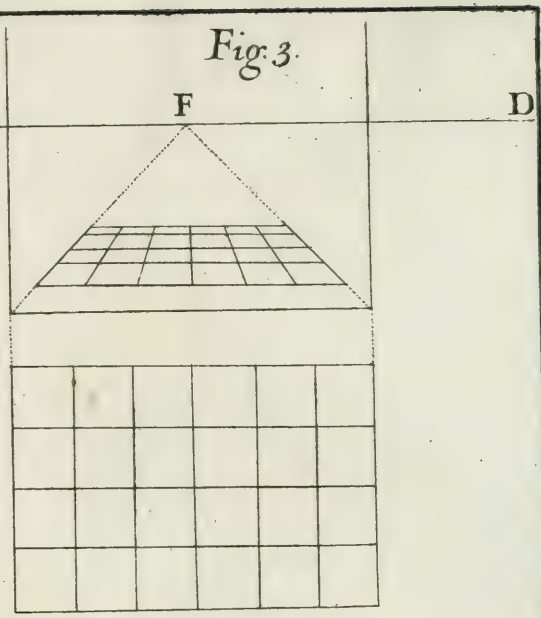
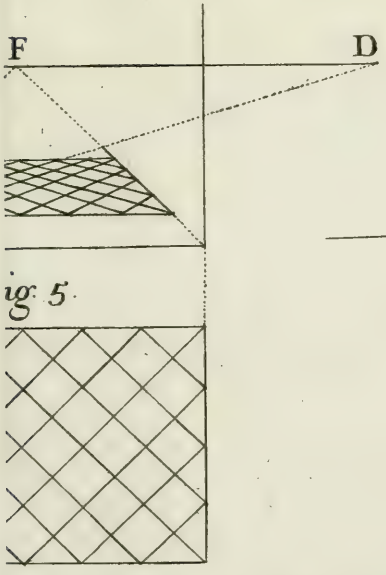


Fig. 3.
F
D


F
D
ig. 5.

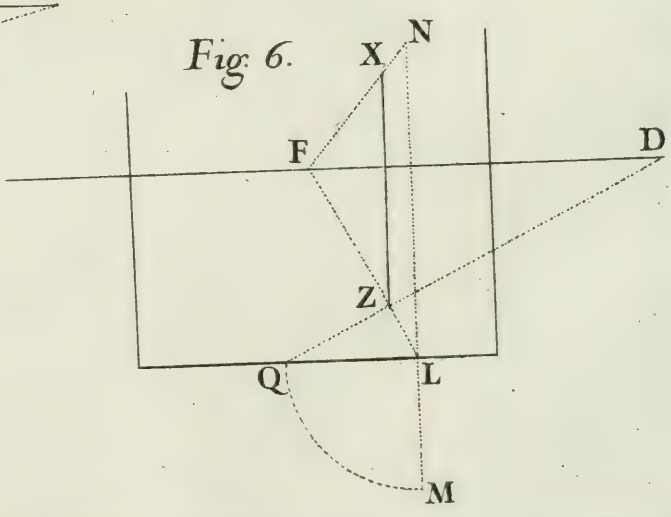


Fig. 6.
X
N
F
D
Z
Q
L
M

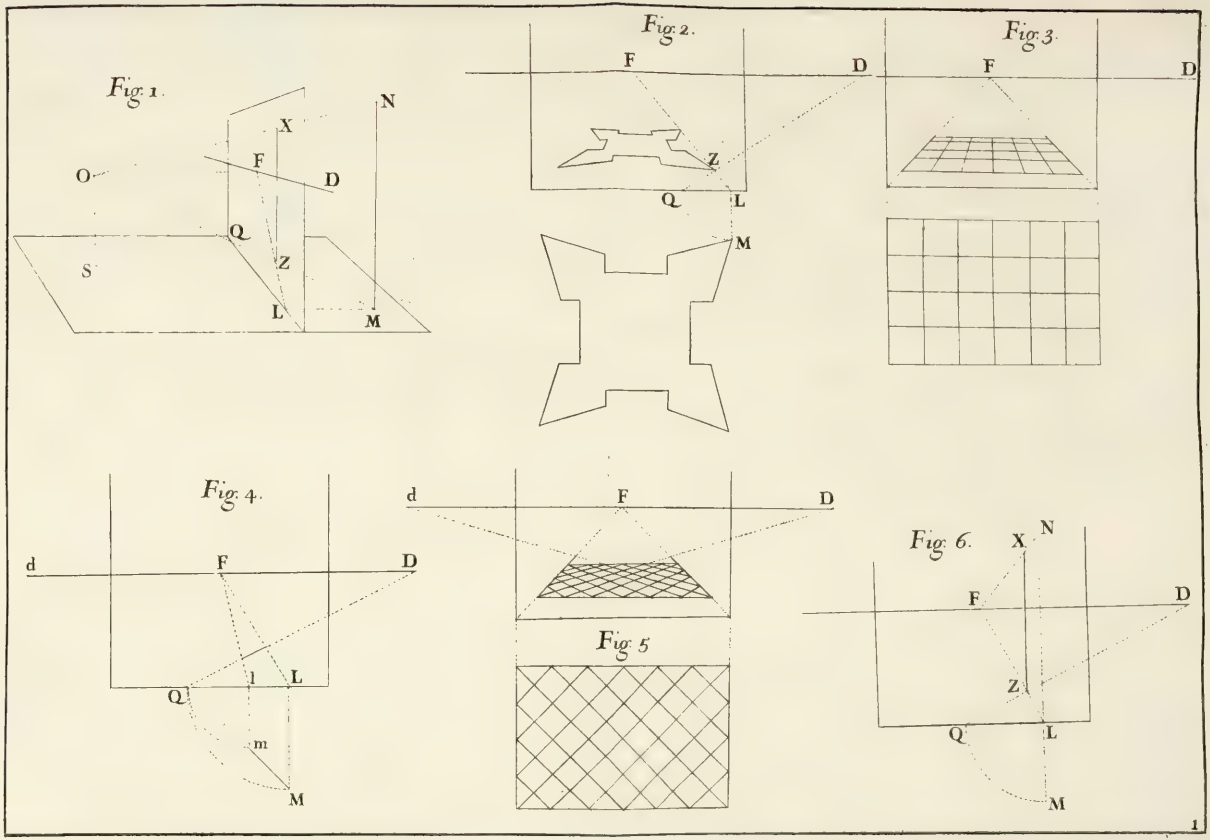
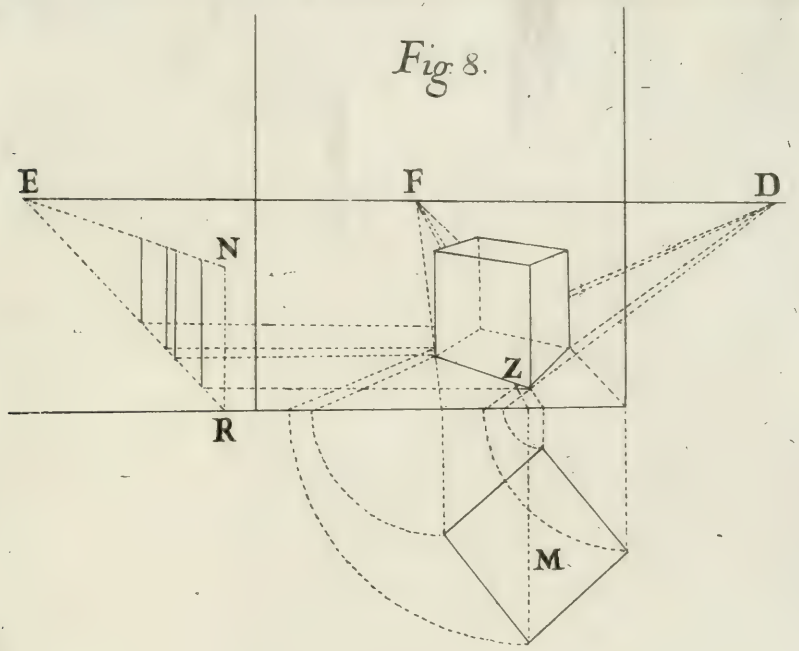


Fig. 1.
N
X
O
F
D
Q
S
Z
L
M
Fig. 2.
F
D
Z
Q
L
M
Fig. 3.
F
D
Fig. 4.
d
F
D
l
L
Q
m
M
d
F
D
Fig. 5
Fig. 6.
X
N
F
D
Z
Q
L
M
1

Fig. 8.



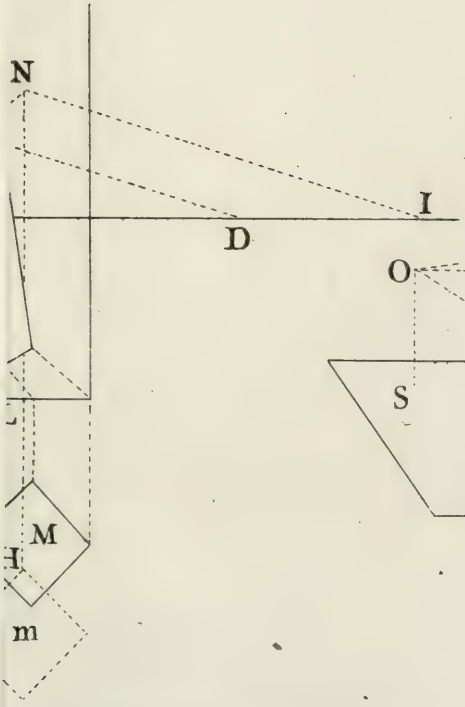
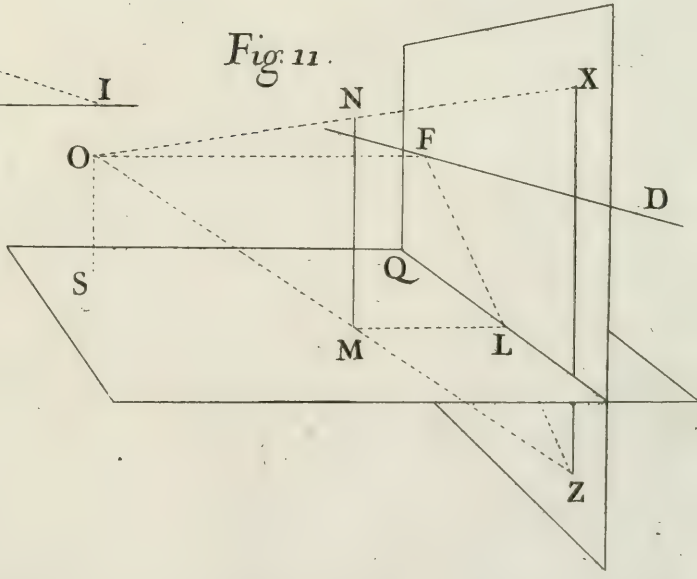


Fig. 11.



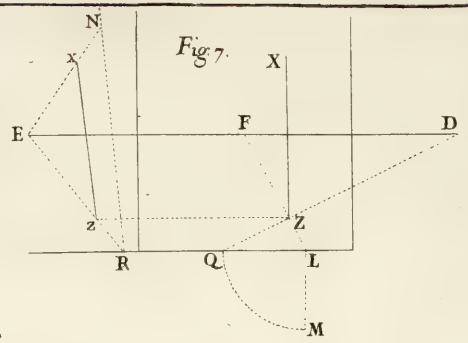


Fig. 7.

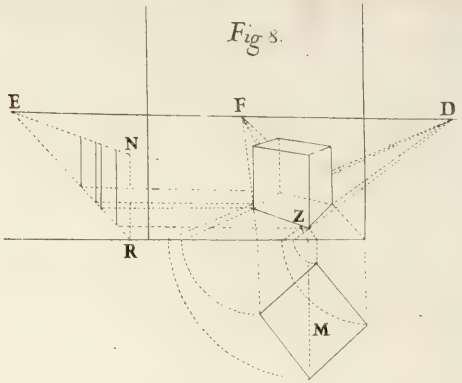


Fig. 8.

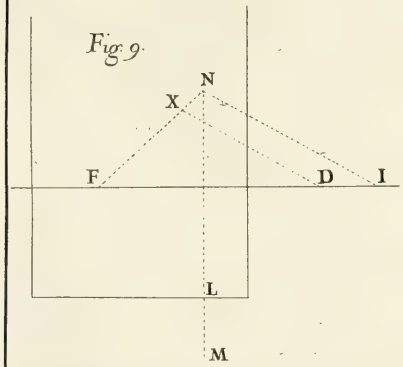


Fig. 9.

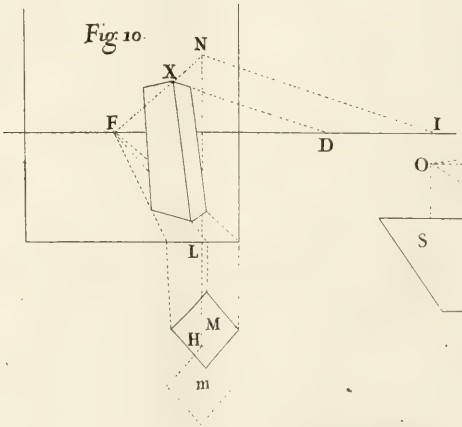


Fig. 10.

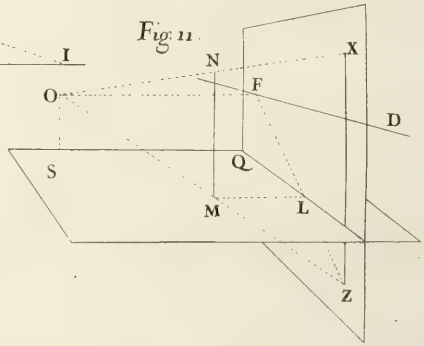


Fig. 11.

13.

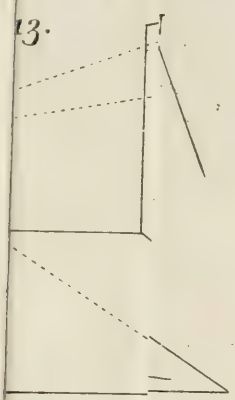
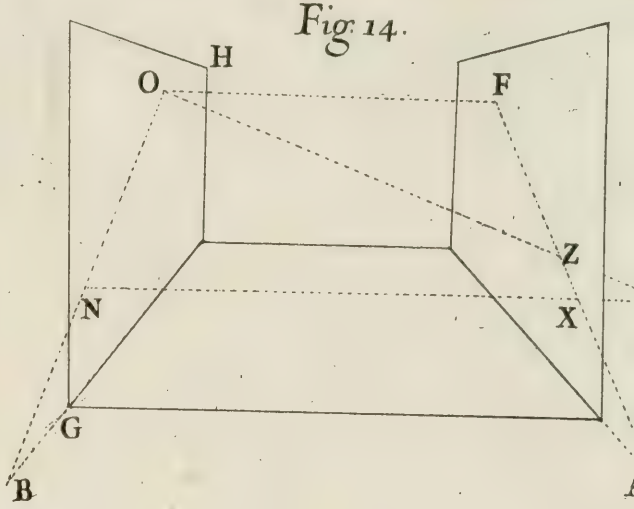


Fig. 14.



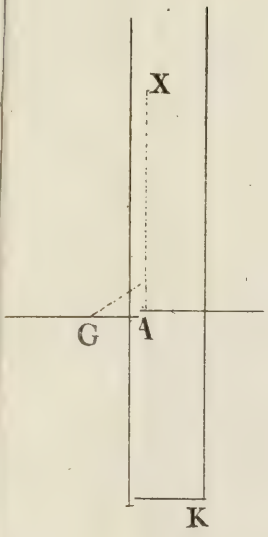
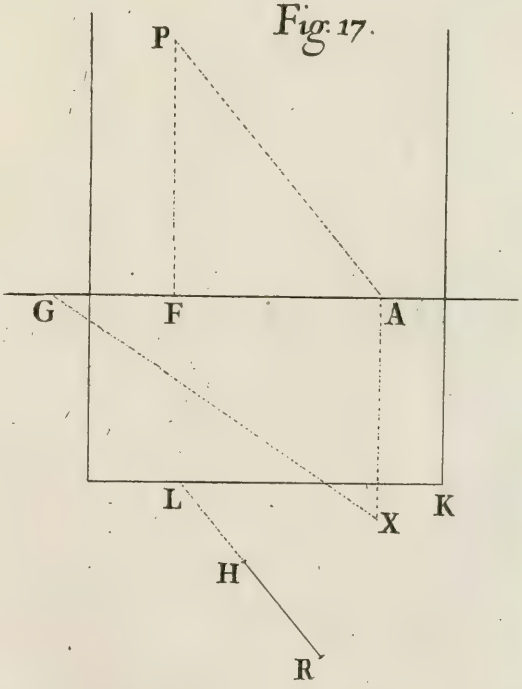


Fig. 17.



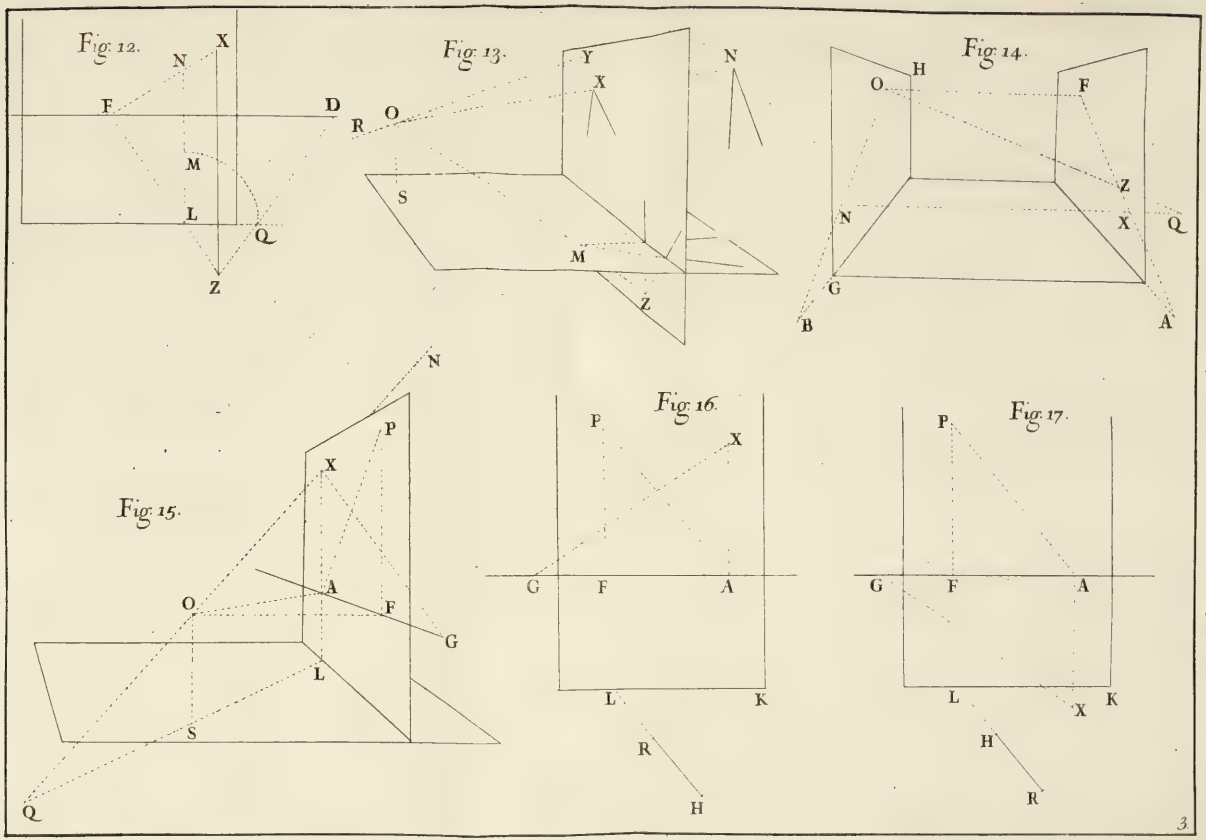


Fig: 12.
N
X
F
D
M
L
Q
Z
Fig: 13.
Y
X
N
R
O
S
M
Z
Fig: 14.
H
O
F
Z
N
X
Q
G
B
A
Fig: 15.
N
P
X
O
A
F
G
L
S
Q
Fig: 16.
P
X
G
F
A
L
K
R
H
Fig: 17.
P
G
F
A
L
X
K
H
R

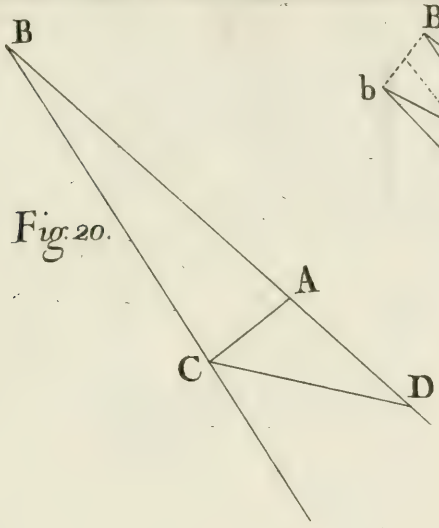


Fig. 20.

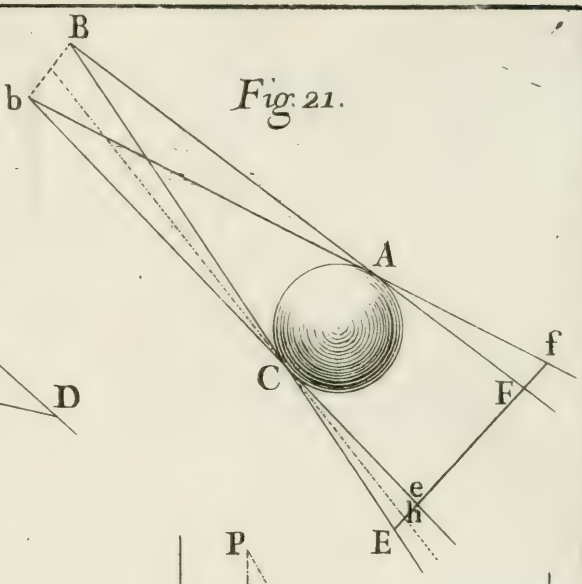
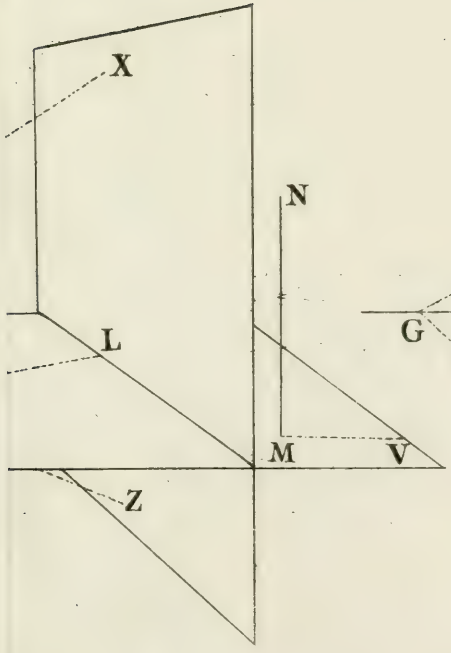


Fig. 21.



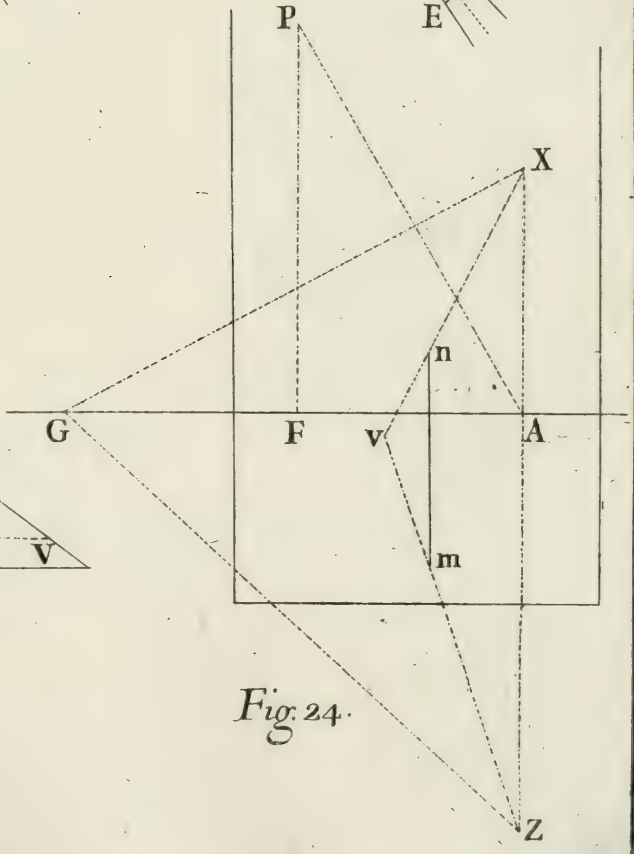


Fig. 24.

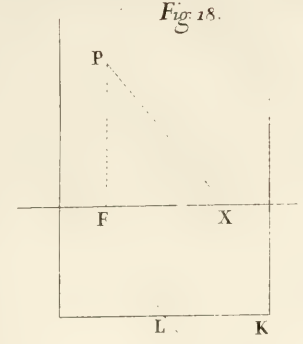


Fig. 18.

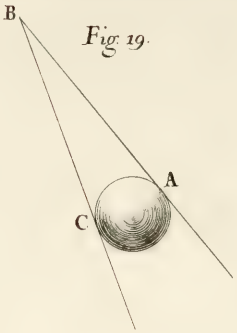


Fig. 19.

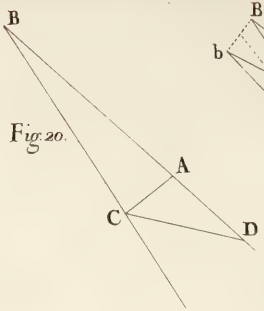


Fig. 20.

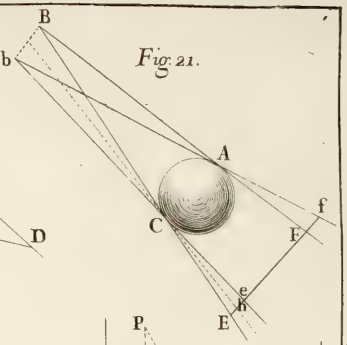


Fig. 21.

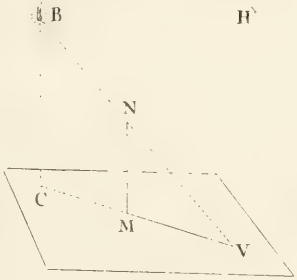


Fig. 22.

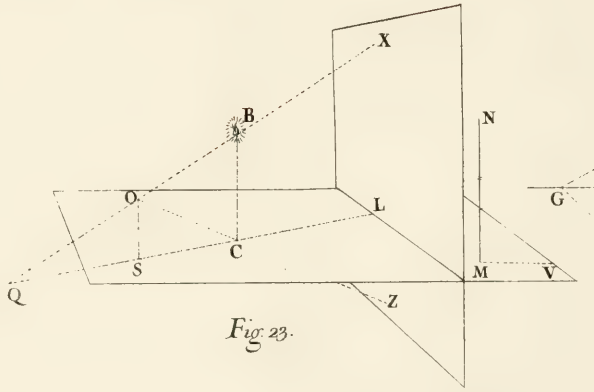


Fig. 23.

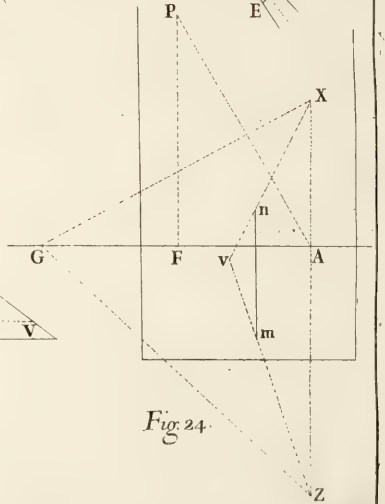
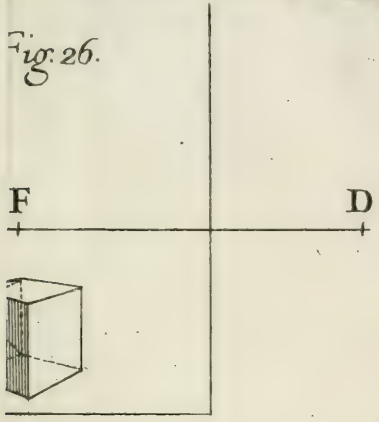


Fig. 24.

Fig. 26.



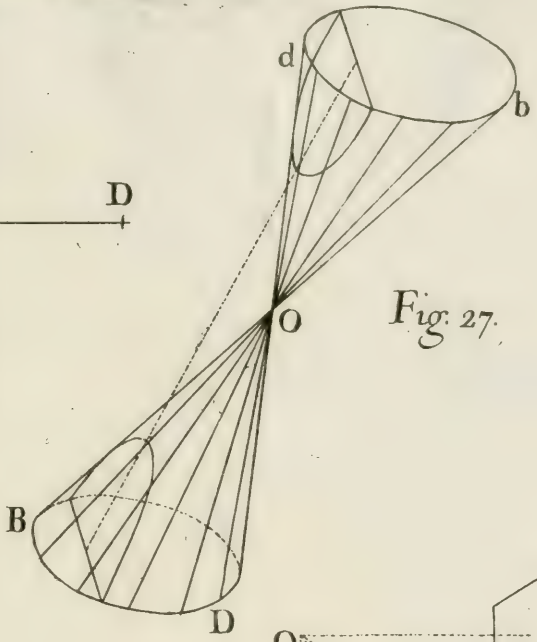


Fig. 27.

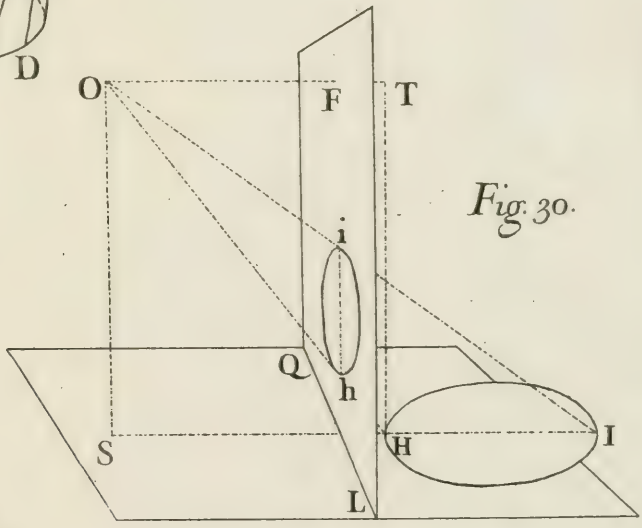


Fig. 30.

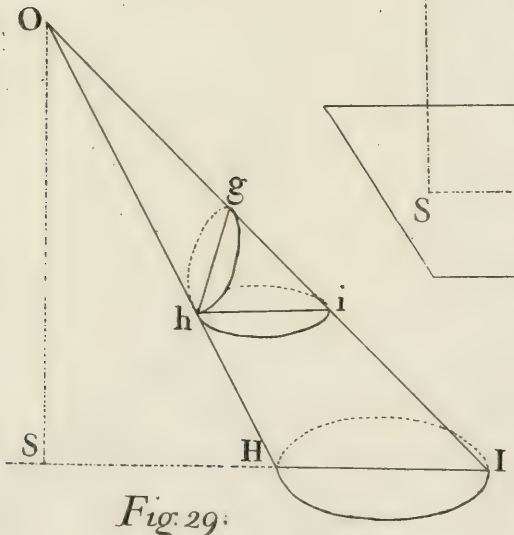


Fig. 29.

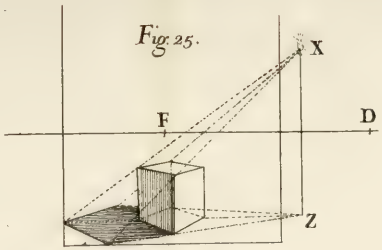


Fig. 25.

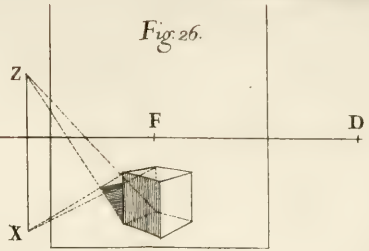


Fig. 26.

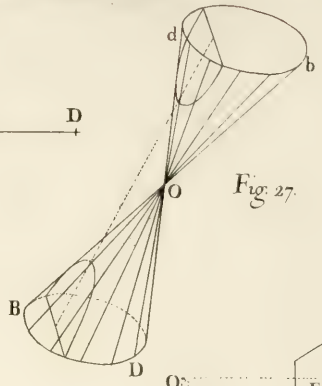


Fig. 27.

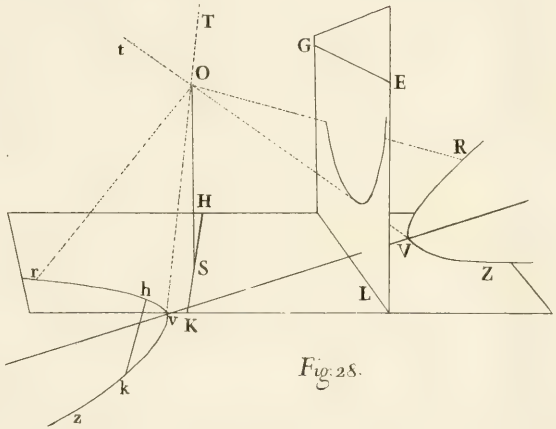


Fig. 28.

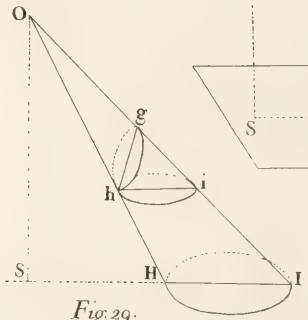


Fig. 29.

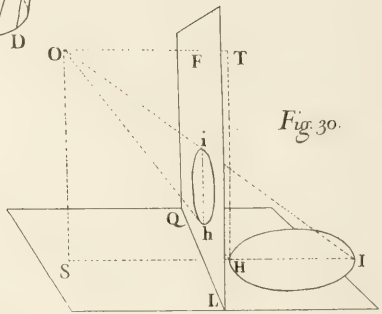


Fig. 30.

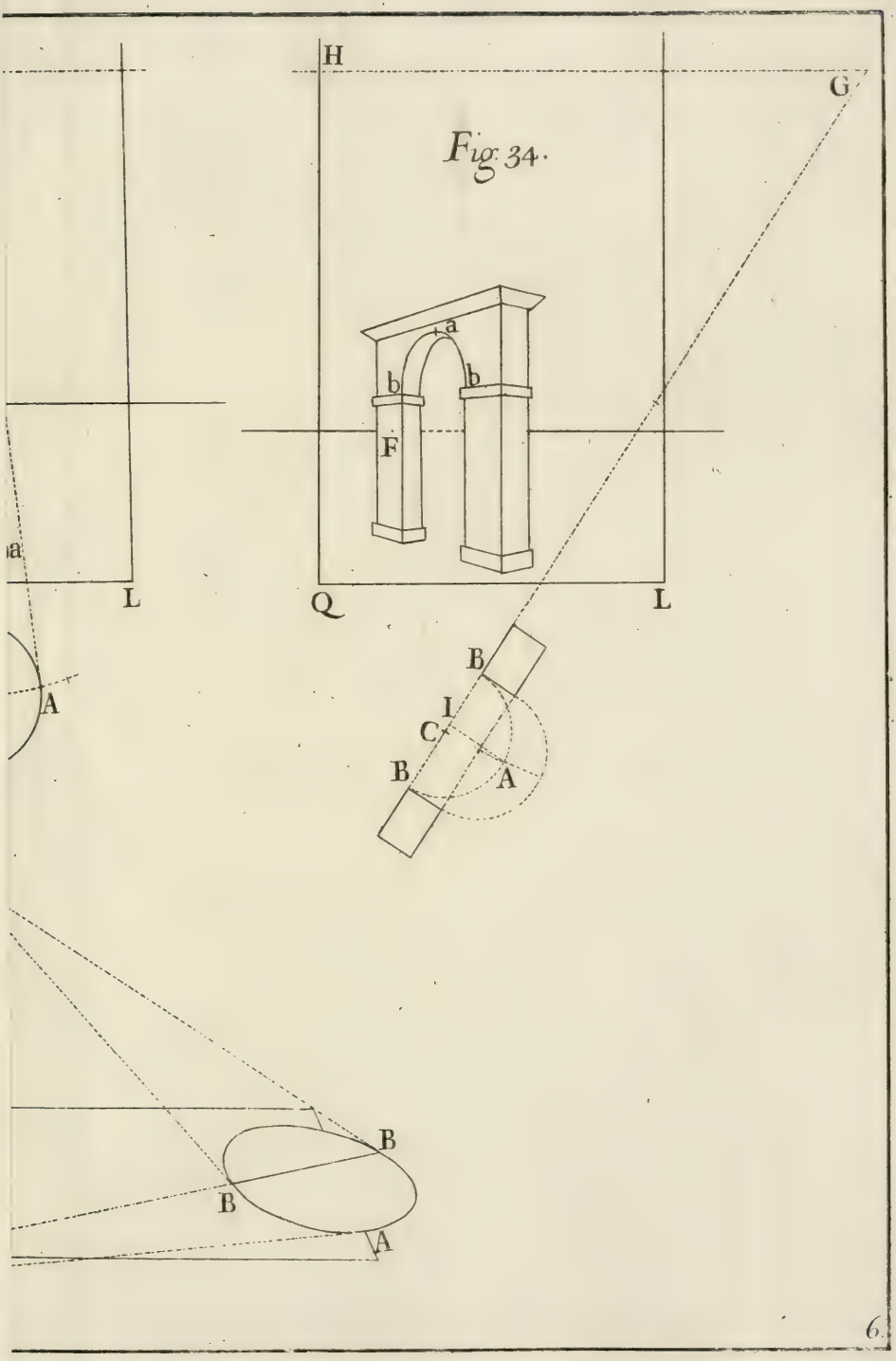


Fig. 34.

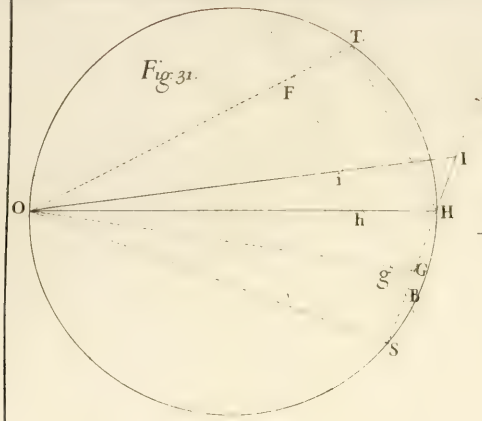
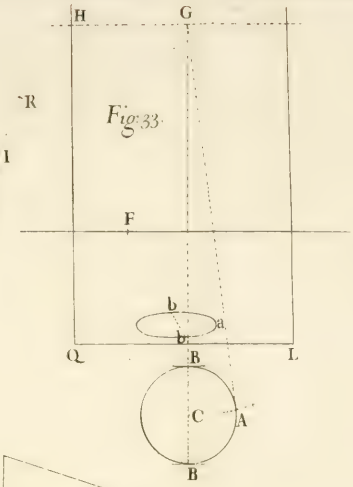
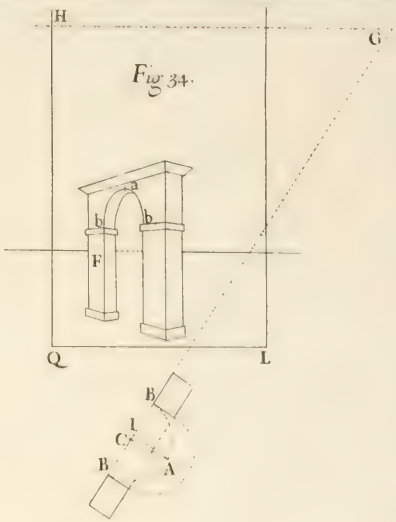
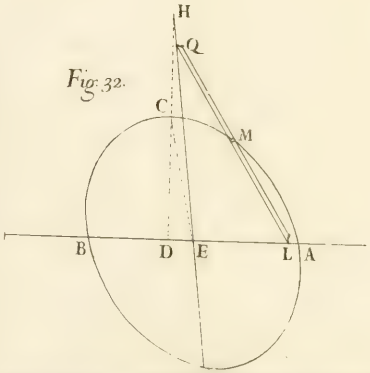


Fig. 31.
T
F
I
i
O
h
H
g
G
B
S


H
G
R
Fig. 33.
F
b
a
b
Q
B
L
C
A
B


H
G
Fig. 34.
a
b
b
F
Q
L
B
C
A
B


H
Q
Fig. 32.
C
M
B
D
E
L
A

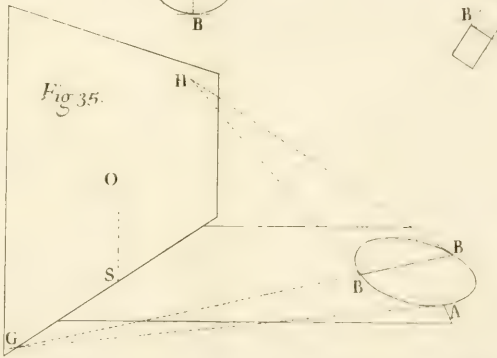
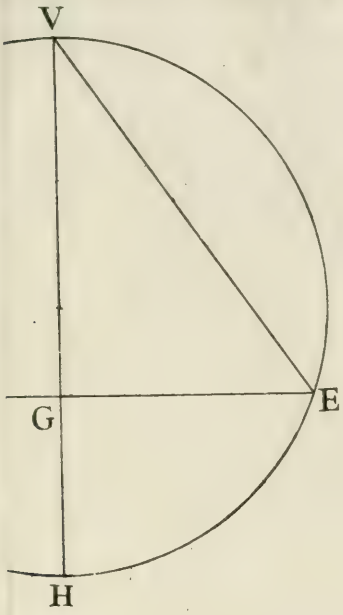
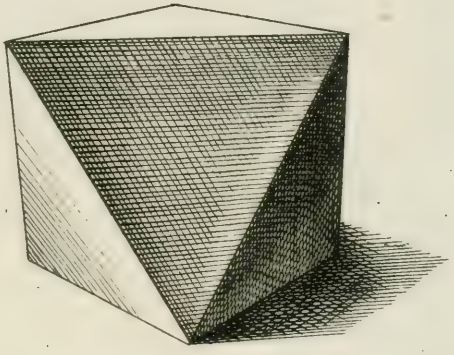


Fig. 35.
H
O
S
G
B
B
A





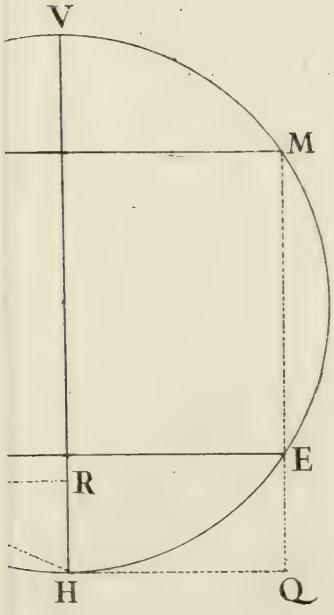
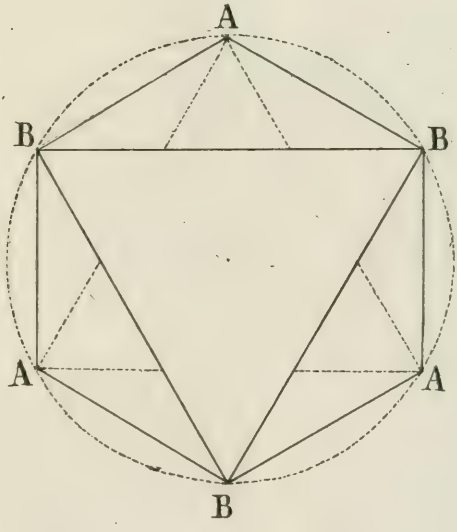
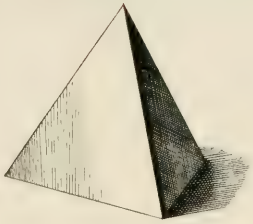


Fig. 38.





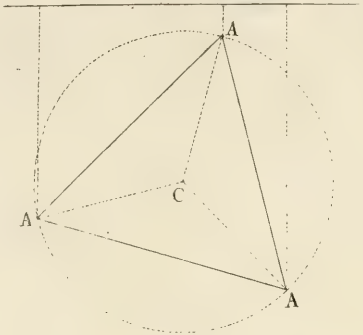
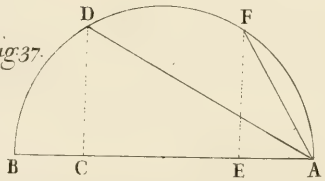


Fig. 37.



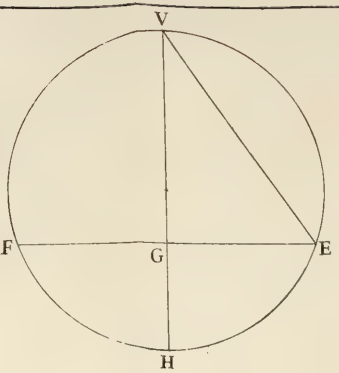
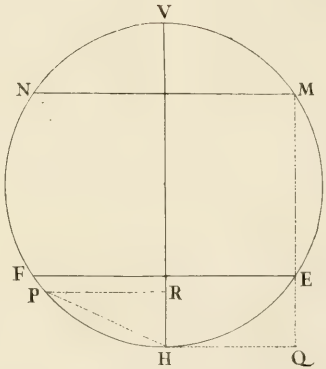


Fig. 36.



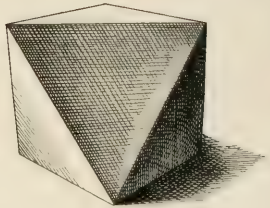
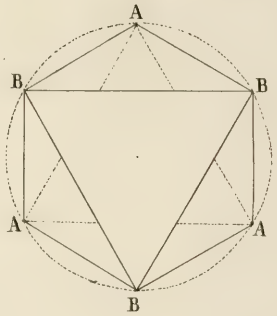


Fig. 38.



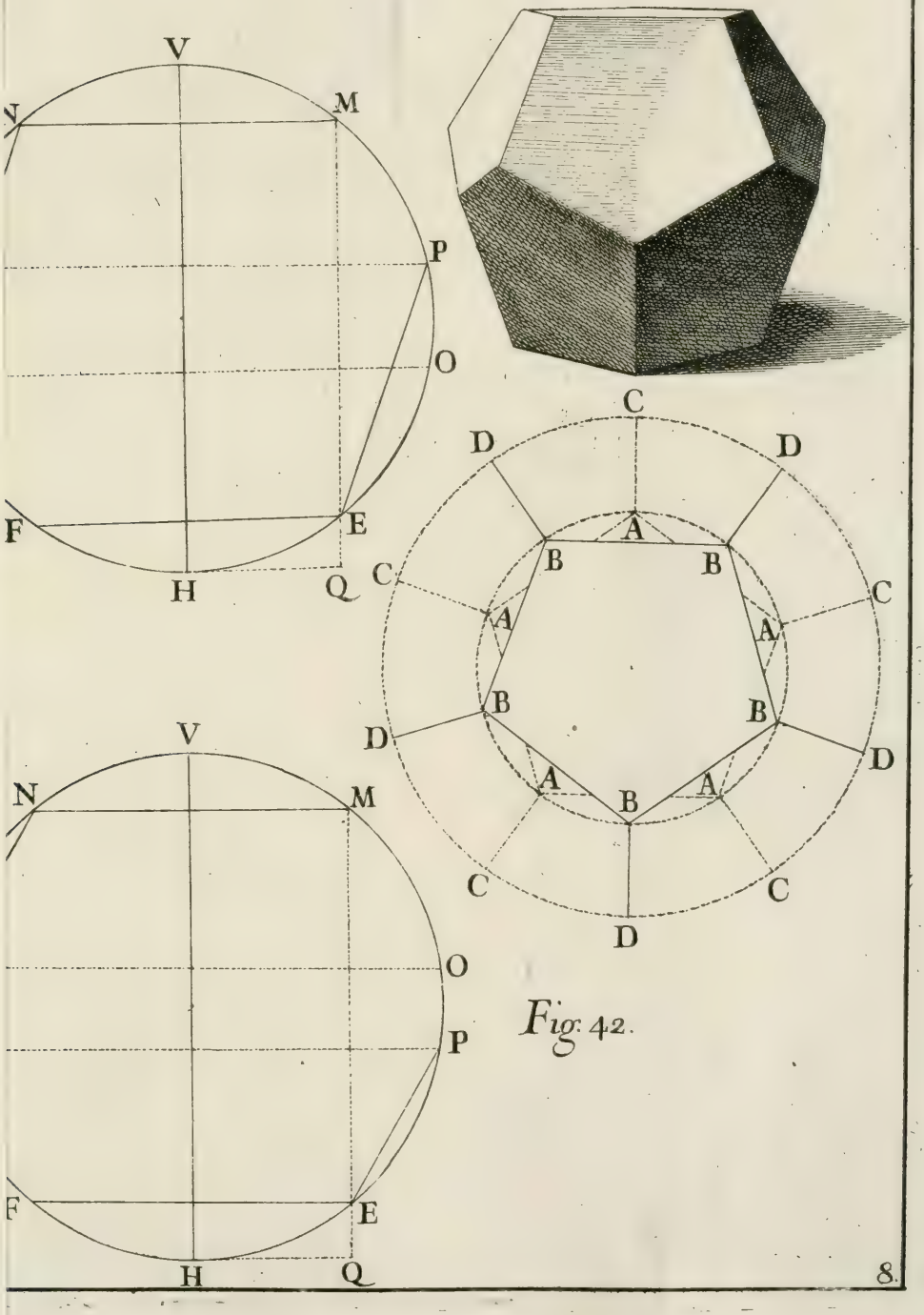
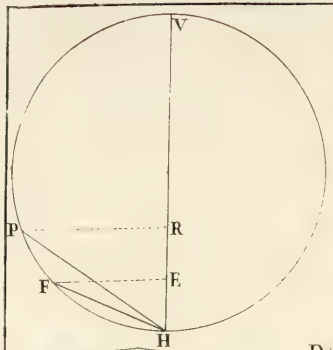


Fig. 42.



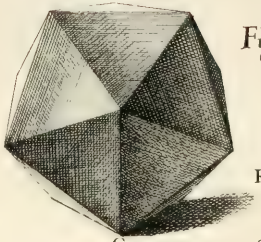
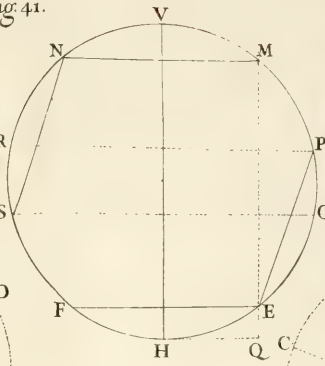
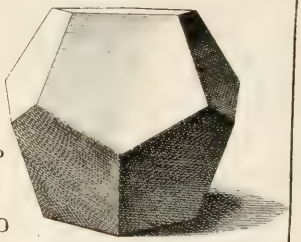


Fig. 41.





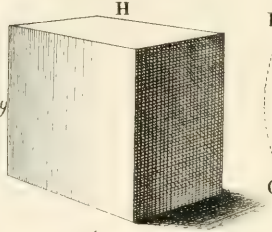
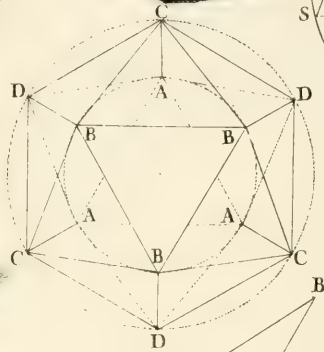
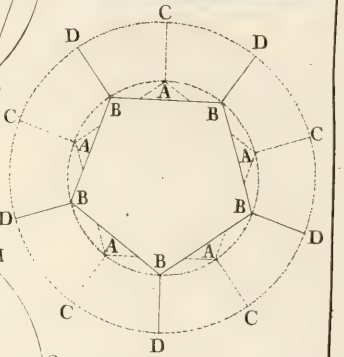
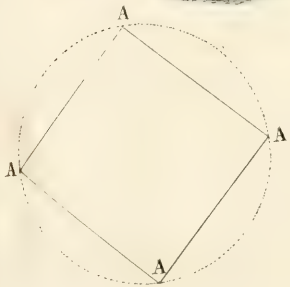


Fig. 39.







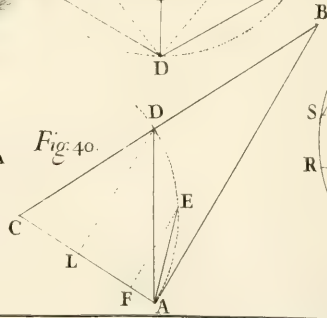


Fig. 40.

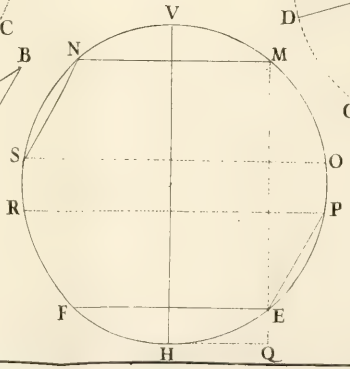
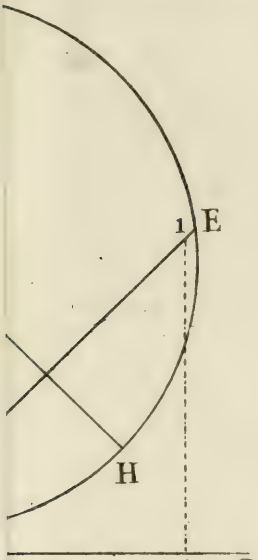


Fig. 42.



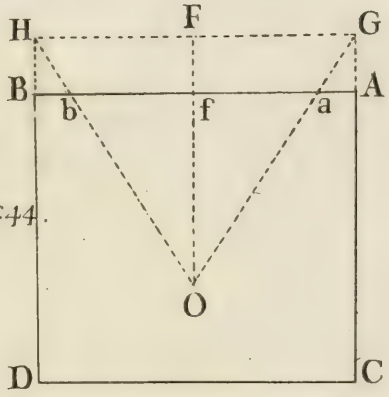


Fig. 44.

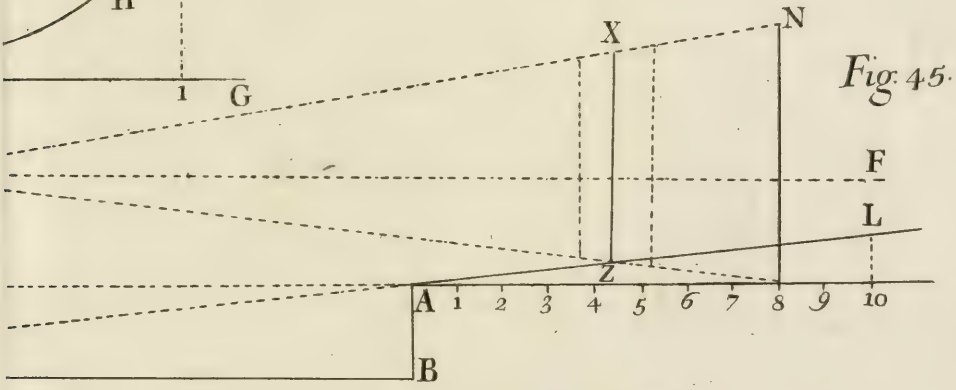


Fig. 45.

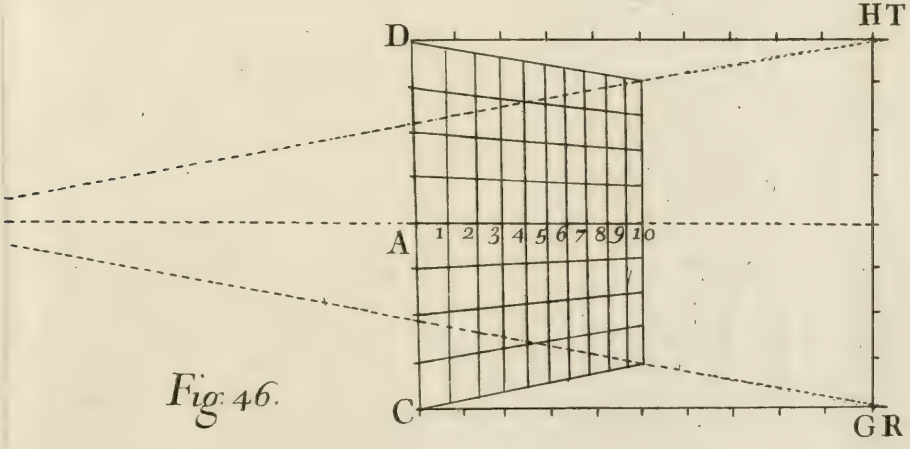
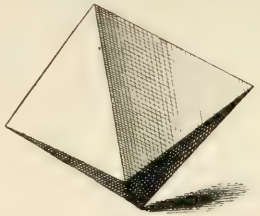
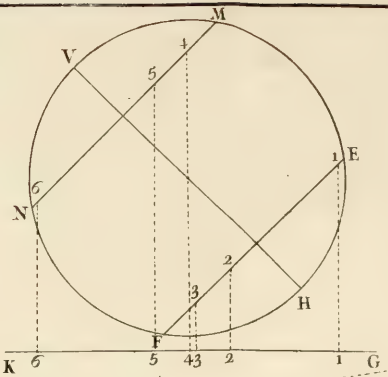


Fig. 46.





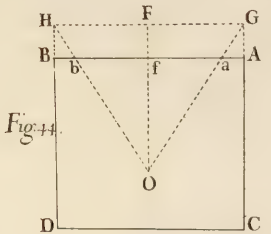


Fig. 44.

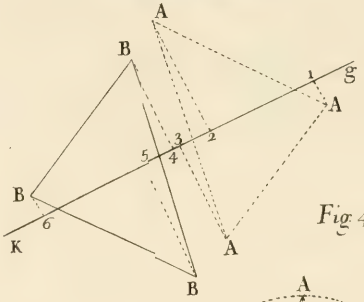


Fig. 43.

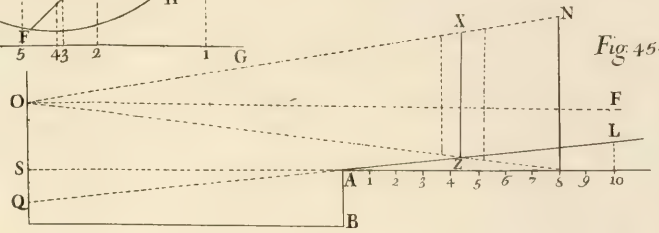
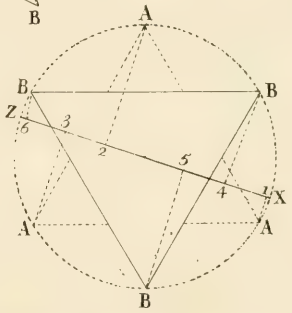


Fig. 45.



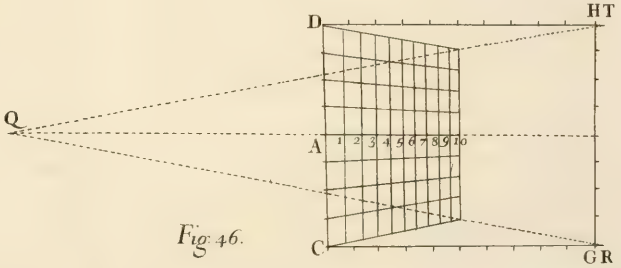
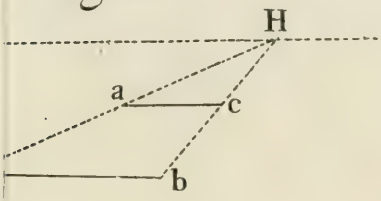


Fig. 46.

Fig. 48.



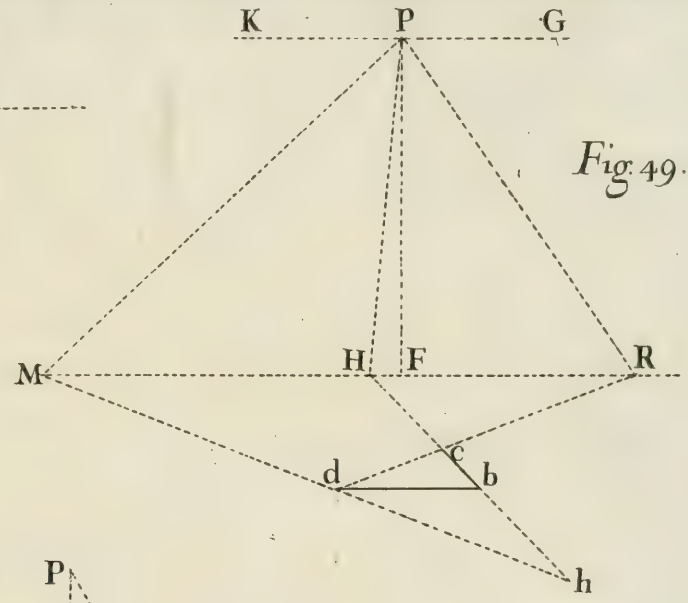


Fig. 49.

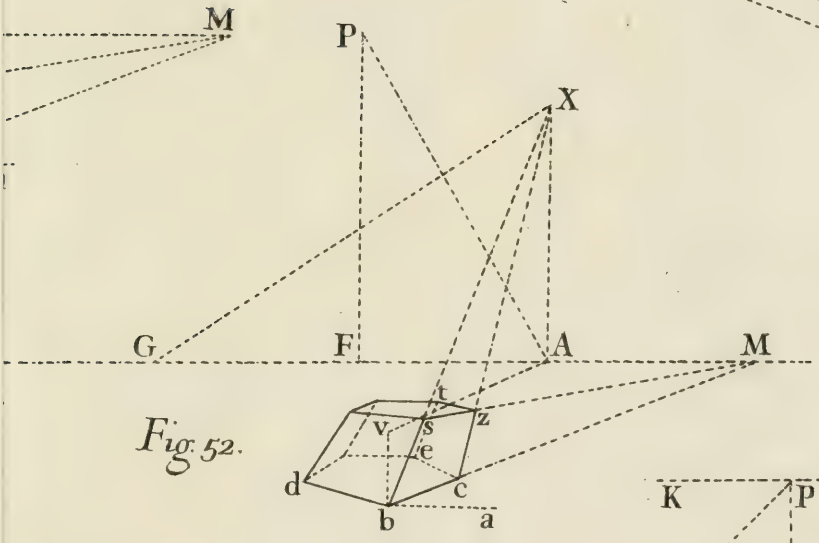


Fig. 52.

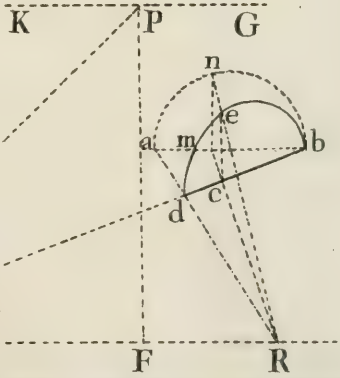
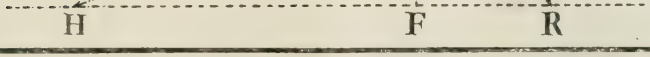


Fig. 53.



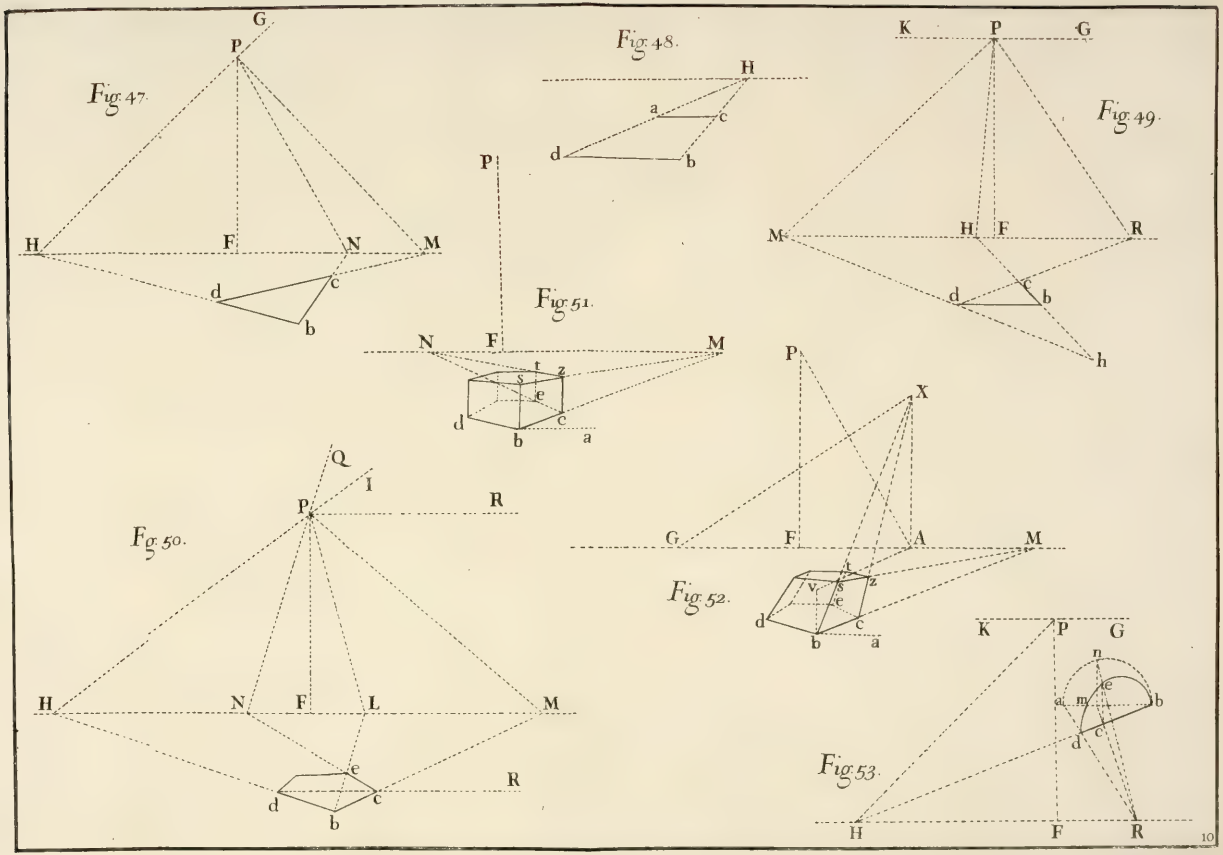
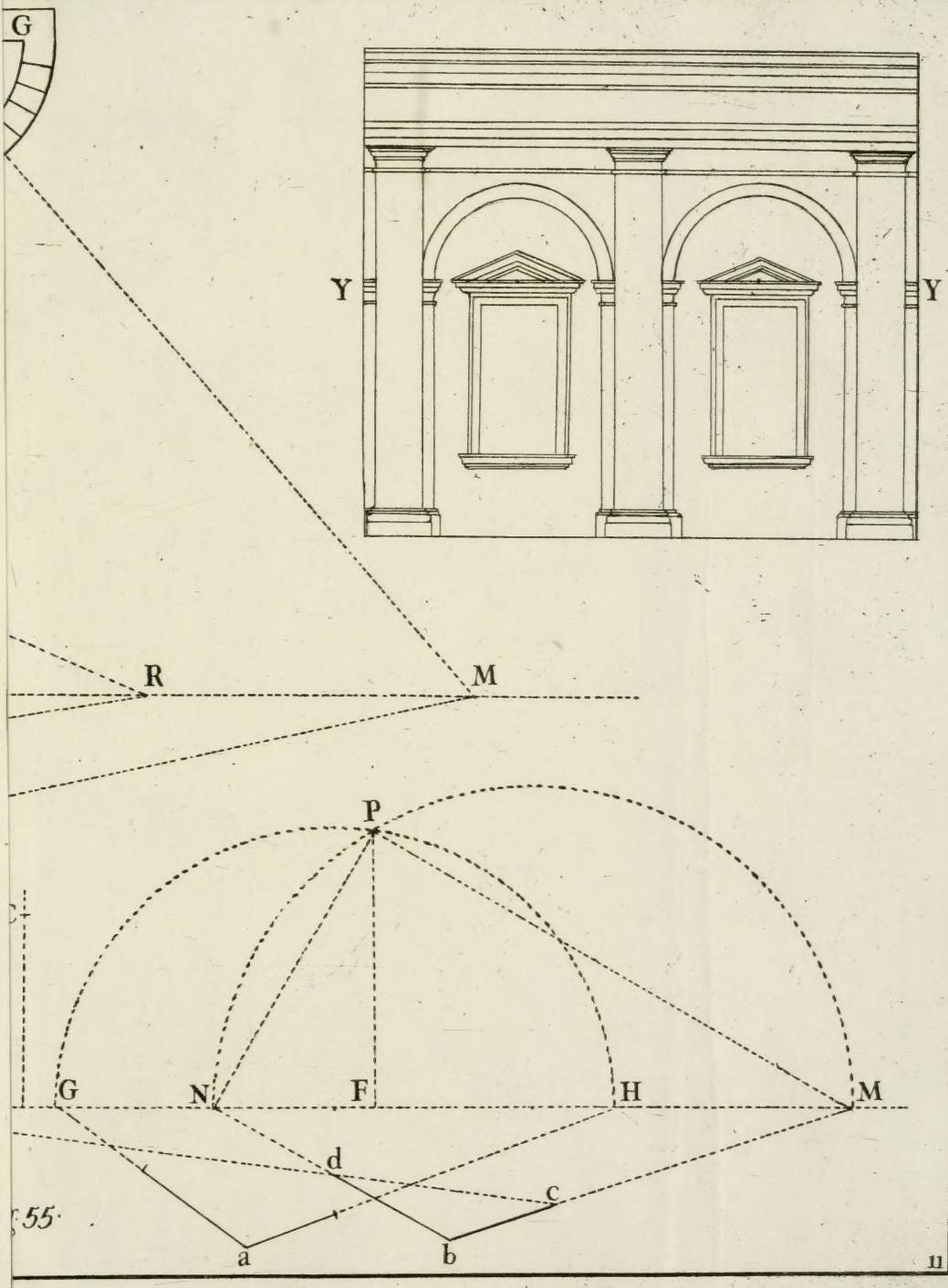
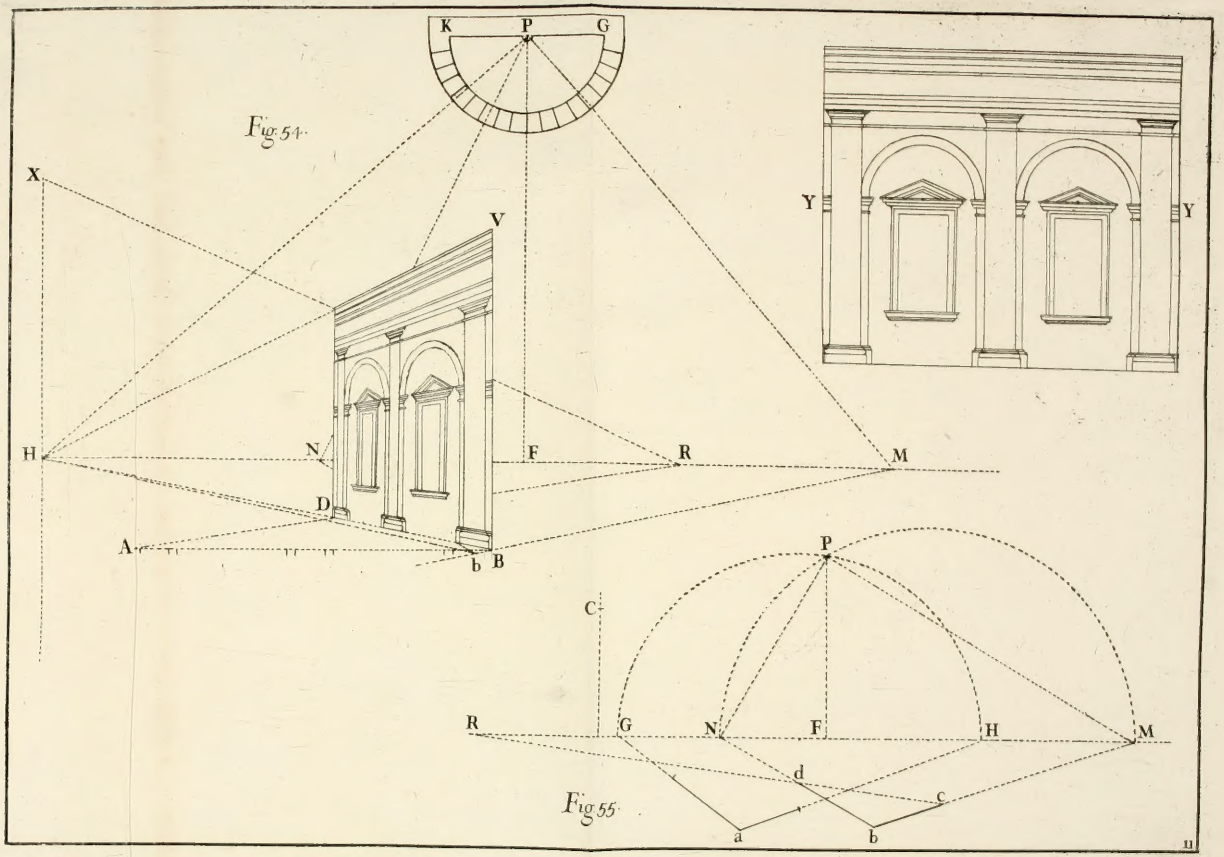


Fig. 47.
G
P
H
F
N
M
d
c
b
Fig. 48.
H
a
c
d
b
Fig. 49.
K
P
G
H
F
R
M
d
c
b
h
Fig. 51.
P
N
F
M
t
z
s
e
d
c
b
a
Fig. 50.
Q
I
P
R
H
N
F
L
M
e
d
c
b
R
Fig. 52.
P
X
G
F
A
M
t
z
v
s
e
d
c
b
a
Fig. 53.
K
P
G
n
e
a
m
b
c
d
H
F
R



55

11


K
P
G
Fig 54
X
V
Y
Y
H
N
F
R
M
D
A
b
B
P
C
R
G
N
F
H
M
d
c
a
b
Fig 55
11

SPECIAL 84-B
18848

THE J. PAUL GETTY CENTER
LIBRARY